

山戸朋盟

2005年6月から2008年4月まで、私はある『インターネット個別指導塾』で、『授業アドバイザー』を務めた。この塾は、インターネットのディスプレイを通して、大学生の講師と全国の小・中・高校生がお互いの顔や黒板を見たり、話し合ったりしながら、一対一で授業をする設備を持つ塾である。私の仕事は、その授業をモニターし、大学生の講師に、授業の教え方について講評したり、もっとよい教え方が出来るように指導助言する仕事だった。

私は、東京の吉祥寺にある成蹊中学高校で32年間教師を務め、定年退職したばかりだったが、たまたま引き受けたこの『大学生の家庭教師たちに教え方を教える』という仕事は、非常にやり甲斐があり、また面白い仕事だった。大学生たちは、東大・早稲田・慶応などの優秀な学生たちだったが、優秀な学生が優秀な教師であるとは限らない。むしろ、大学生と言えども教えることに関しては素人であると言った方が的確だろう。例外もあるが、大部分の大学生たちは、自分で問題を解くことは出来ても、問題を解けない生徒に解き方を教えて正解を出せる所にまで導くという教師の仕事については、確たる知識や技術を持っていないのである。

考えてみると、これは当たり前であり、また、仕方のないことである。私自身、大学生の時家庭教師のアルバイトをしたが、思い出して見ると、今私の目の前で教えている大学生たちと同じような授業をしていたのだった。

私は大学生と生徒のやりとりを観察しながら、大学生に授業の講評のメモや、また、もっと一般的に、こういう内容の知識はどう教えたら一番分かりやすいかということについて文章にしたものを渡した。また、その文章を塾のコンピュータのネットワーク上で公開し、誰でも読めるようにした。『岡目八目』とはよく言ったもので、他人の授業を横から眺めていると、実際に自分が教室で教えていた時よりもっと多くのことに気が付き、また、教え方について自由にいろいろなことを考えることができる。自分は授業をしていないので、授業をしている講師よりもっと客観的な、言わば高い視点から授業の方法や内容について考えることが出来るからである。そのメモや文章をまとめたのが以下の文章である。

現役の教師の方々、教師を目指す人、家庭教師などのアルバイトで、もっと上手に教えたいと思っている人、また、小中高の生徒で、勉強について深く考えることに興味のある人にとって、何か参考になる点があれば幸いである。

第一章 数学 数と図形

数学とは、具象的なものを抽象的なもの（数・変数）で表現することである。だから、生徒を、具象の世界から抽象の世界に、上手に導くのが教師の仕事である。

昔、私の勤めていた学校で、ある数学の先生が嘆いていた。「いやはや、あの生徒（高校生・女子）には本当に困るよ。彼女は、『半径5cmの円』という理解するが、『半径aの円』と言うと、途端に何を言われているか分からなくなるんだ」

数の世界の抽象的処理の第一歩が、 $x, y, a, 2x + 3y$ などの文字・文字式の使用だろう。中学一年でこれを習うが、ここで躓くと、数学の世界に入ることが出来ない。リンゴ1つとリンゴ2つを足すと、リンゴ3つになるということを理解することと、

$$a + 2a = 3a$$

を理解することとは、まったく次元の違う思考行為なのである。教師は、算数という具象の此岸から、数学という抽象の彼岸へ生徒を渡すお釈迦様くらいの知恵が必要である。

それにはどんな方法があるか。その一つとして、図形つまり幾何学を援用する方法がある。幾何学は、具象の中に抽象が透けて見える、言わば、具象と抽象が幸福な結婚を成立させている樂園のような世界なのだろう。

例題 1

$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$ という公式が成り立つことを分かりやすく説明せよ。

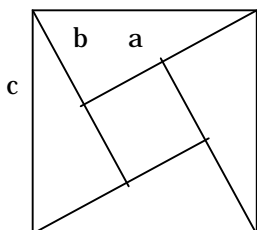
これを学生に提示すれば、ほとんどの学生が、長方形を四つに分けて説明する図形を描いて証明するだろう。しかし、正しく図形が描けない学生もいるはずだ。そういう学生が、微分方程式を解いていたりする。数学、つまり科学は、我々が文明生活を送るための道具だが、道具というものは、実はその原理を理解していなくても使えるのだ。我々が日常使う文明の利器、例えば電話、テレビ、自動車、その他ありとあらゆる機械について、それが言える。数学という抽象の世界への入り口で、これから入る世界が、具象の世界の翻訳であるということを実感に即して生徒に納得させる必要がある。それをしないと、基礎の公式を知らない人が核兵器をいじくっているというようなことが起こる。ユークリッドはそれをよく知っていた。だから、公理、定理、公式、証明などから成る数学の体系を作ったのだろう。

例題 2

ピタゴラスの定理を、図形を用いて説明せよ。

ある参考書に、ピタゴラスの定理について、次のような証明が書いてあった。

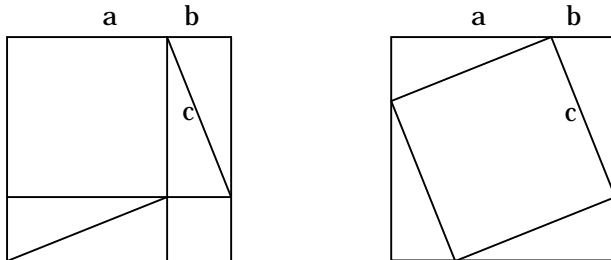
証明 1



$$\begin{aligned} S = c^2 &= \frac{1}{2}ab \times 4 + (a-b)^2 = 2ab + a^2 - 2ab + b^2 \\ &= a^2 + b^2 \end{aligned}$$

この証明では、生徒は a^2 も b^2 も目で見ることが出来ず、ただ、式の変形で納得するしかない。数学の検定教科書も見てみたが、同じような説明だった。また、ここでは説明を省略するが、色刷りで非常に面白い証明の仕方をしている教科書もある。しかし、定理の証明に、具象と抽象の橋渡しをさせるという目的意識は感じられない。式の変形だけで定理を納得するのは、川を渡らずに、対岸の土地を調べるというようなものだ。対岸に渡って調べる方法があるなら、やはり実際に行って、目で確かめるべきである。

そこで、次のような証明を考えた。



証明 2

上の二つの図形で、左右それぞれ4つの三角形は全て高さが a で底辺が b だから合同。故に、それ以外の部分の面積は互いに等しい。同じ面積から同じ面積を引いたのだから、残ったものは同じ面積である。つまり、

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad (c \text{ は斜線})$$

これだと、生徒は a^2 の正方形と b^2 の正方形を目の前に見ることが出来る。そしてその二つの正方形の面積の和 $a^2 + b^2$ が右の図形の斜めの正方形の面積 c^2 と等しいことを、「同じ面積から同じ面積を引いたもの同士は同じ面積である」という数学的理屈を通してではあるが、とにかく納得せざるを得ない。生徒にとって、こちらの方が証明1より納得しやすいことは間違いない。余談のようになるが、現代の教育現場では、教師は権威や権力を背景にして生徒に何かを押し付けることが出来ない。従って、教師が頼りに出来る最大の武器は、説得力である。これは教科指導にも、生活指導にも言える。ピタゴラスの定理のこの証明法は、もちろん私の独創ではないだろう。この図で説明している教科書もあるかも知れない。しかし、私が言いたいことは、この図を使って教えるということではない。教師にとって一番大切なことは、教科書や参考書の教え方をそのまま受け売りするのではなく、少しでも分かりやすい教え方を常に自分で探し、工夫し続けることだ、ということだ。

蛇足だが、証明2で生徒に説明した後、さりげなく付け加えると非常に効果的な一言があることをご存知だろうか。

「本当は、 a^2 の正方形と b^2 の正方形を切り刻んで並べ直すと、 c^2 の正方形になるという風に証明できるといいんだけどね。」

(2010.06.15(火)) その後、私は何気なくインターネットを散策していた時、秋山仁先生の考案されたピタゴラスの定理の証明法を偶然発見した。素晴らしい。上に私が夢見た証明が実現している。ここにわ

わざわざ載せないが、インターネットで検索すれば簡単に見ることが出来る。是非見て頂きたい。)

先生のこの一言を聞いて、ピタゴラスの定理の新しい証明法を編み出すことに熱中する生徒が出てくるかもしれない。その生徒は、当然、これまでの色々な証明法を調べ、レオナルド・ダ・ヴィンチの証明法なども知り、友達から「ピタゴラス」などと呼ばれるようになるかも知れない。

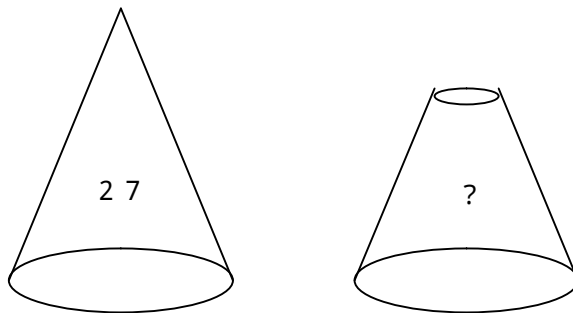
数学というものは、具象的な世界を抽象的な世界に直して理解することだから、その手始めの定理の説明を具象と結びつけることが極めて大切だ。定理は、数という抽象的観念の構成する世界を支える柱のようなものである。柱だから、それは大地、つまり具象の世界にしっかりと土台を置いて立っていないと成らない。

教師は、自分だけが理解している優秀な学生であるだけではだめ、優秀な学者であるだけでもだめ、常によりよい授業の作り方を工夫し続ける職人または芸人でなければならない。

抽象がこの世に存在することを人が承認するのは何故か。それは、抽象がその背後にある具象というものにその存在を保障されているからだ。

例題 3

下の二つの図の、左の円錐の体積は 27 立方センチである。この立体の上三分の一を切り落とした右の立体の体積はいくつか。



この問題は底面の直径や円錐の高さが示されていないので、その定義から始めなければならない。

まず、底面の円の直径を a とし、円錐の高さを h とする。以下、計算は省略。答は 26 立方センチとなる。

しかし、それで問題は解決だろうか。もっと別の解き方がある。それは次の公式のようなものを使う。

互いに相似である平面図形の面積は、相似比の二乗に比例する。

互いに相似である立体の体積は、相似比の三乗に比例する。

上の を使うと、切り取った部分は 1 立方センチなので、答は暗算で出る。

しかし、これで終わりにするのは勿体ない。初めに、この二つの図形を見せて、「見た感じで、左の立体の体積はどれくらいか」と生徒に質問すると、生徒はどう答えるだろうか。東大、慶応、早稲田などの学生に実験的に聞いてみたところ、答は 21 ~ 23 が多かった。実際、我々が見ても、もし我々が暗算で

計算したりしなければ、同じように答えるだろう。となると、切り取った部分の体積の目測は、5倍も間違っていることになる。人間は、立体を理解したり測ったりするとき、平面に直して理解したり測る癖があるようだ。しかし、たとえ平面の場合でも、切り取った部分の面積は3にしかならないのだが。

教師の大切な仕事の一つに、人間の五感や第六感、あるいは感情的判断の不確かさを教え、数学や物理などの科学的計測、また、論理的判断の大切さを教えるということがある。数学は、実は世界を正確に理解するための非常に頼りになる道具である。ケプラーもニュートンもアインシュタインも、人間の五感の及ばない宇宙の現象を、数学を道具にして解明し、人々に説明した。

昔の建物や構築物、たとえば日本の五重の塔や京の五条の大橋などは、職人が師匠からの口伝と自分の経験で作ったが、現代のビルや橋、その他のあらゆる構築物は、数学を学んだ建築家が設計し、コンピュータに計算させて作る。だから、超高層ビルなども出来る。奈良の五重の塔は、実際に地震が起きて見なければどのくらい耐震性があるかは分からなかつただろうが、現代のビルは、設計図があれば耐震性を計算できる。西洋文明の精華である数学の価値を生徒に認識させるこんな良いチャンスはない。粘土でも木でも羊羹でも、何でも良いから円錐を作ってみて、上の三分の一を切り取って、重さを測ってみれば、生徒は否応無しに認めざるを得ない。そして、公式を用いた体積の計算という抽象的作業の結果が、実際の重さ（重さが体積を表すとして）という具象的なものと正確に対応していることを納得するだろう。

第二章 数学 数と比喩

例題 4

マイナスとマイナスを掛けるとプラスになることを分かりやすく説明せよ。

数の世界の抽象的処理の第一歩が、文字・文字式の使用だということは第一章で述べたが、もう一つがマイナスの数の使用だろう。これも中学一年で教える。これも、この時点で理解できないと、数学が一生苦手となる、というか、場合によっては、まったく数学が出来ないまま一生を終わる。ここで、誰もが必ず抱く疑問がある。それは、マイナス掛けるマイナスが、なぜプラスになるのかという疑問だ。実際、それを教師に質問する生徒も多い。これを生徒がある程度納得して受け入れないと、

$$- 2 \times (- 3) = 6$$

のようなごくありふれた計算も、本当に納得して答を出しているとは言えない。仮に正しい答を出していても、本当はよく理解していないのに、教えられた計算の仕方をそのまま使っているだけということもよくある。それでは、原理的には、電卓を使って計算しているのと変わらない。

生徒に質問されたこと、あるいは、実際に質問されなくても、生徒が質問したいと思っていることをいち早く察知して、いかにして説得力のある説明をするか、そのことを考え続けたい教師は、本当の教師とは言えない。こういう時、比喩を用いて説明する方法がある。

説明 1

北に目的地があるとす。北に向いて、前に100m歩くことを、「+100m歩く」と言うことにする。+とは、それだけ目的地に近づくことを意味しているかも。

すると、南に向いて、前に100m歩くのは「-100m歩く」と言える。それだけ目的地から離れる訳だ。つまり、北に向いて歩くことはプラスの距離を歩くことで、南に向いて歩くことは、マイナスの距離を歩くことだ。

すると、北に向いて、100mバックするのも、「-100m歩く」と言える。なぜなら、それだけ目的地から離れるから。つまり、前に歩くことはプラスの距離を歩くことで、バックすることは、マイナスの距離を歩くことだ。

すると、南に向いて、100mバックすれば、「+100m歩いた」といえるだろう。なぜなら、北に向いて前に100m歩いたのと同じ結果になるからだ。

つまり、マイナス掛けるマイナスはプラスと考えると、結果的に正しいのではないか。

考察1

ここに考察を入れる。マイナス掛けるマイナスはプラスと言うが、この二つのマイナスは、同じマイナスなのだろうか。比喻で言うと、

「一万円の借金」と「一万円の借金」を掛けると、「一億円の財産」ということになるのか。どうも違うらしい。上の例をよく読むと、二種類のマイナスがあって、それが掛け算のような文脈の中で語られている。つまり、

1. 北に向いて歩くことをプラスと定義したとき、「南に向いて歩くこと」はマイナスである。
2. 前に歩くことをプラスと定義したとき、「後ろに歩くこと」はマイナスである。
3. だから、南に向いて後ろに歩くのは、北に向いて前に歩くことと、目標に近づく距離に関しては同じ結果になるので、プラスと考えられるのだろう。
4. ゼロにも、色々なゼロがある。「金がない」というのと、「愛がない」というのは、同じ「ない」なのだろうか。マイナスにも、いろいろなマイナスがあるようだ。

説明2

「男」「ではない」=「女」「である」

「女」「ではない」=「男」「である」

という公理が存在するとすれば、

「男」「ではない」の「ではない」=「女」「である」の「ではない」
=「女」「ではない」
=「男」「である」

という公式が導ける。これも、「男」=+1、「女」=-1、「である」=+1、「ではない」=-1というように、二種類のマイナスが使われていて、

$(-1) \times (-1) = +1$ を証明したことになる。もちろん、比喩的に証明したに過ぎないが。

この例を挙げたのは、教師は、どんな局面でも、生徒の質問に何らかの答を言わなければ、教師の仕事をしているとは言えないことを言うためだ。時間があれば、説明1のような話をじっくりすることが出来るが、とっさに短く答えなければならない場面で質問されたらどう答えるか。「時間があるときに、ゆっくり話してあげるよ」と生徒に言える場合もある。しかし、即座に、短時間で答えなければならない場合もあるのだ。

考察2 掛け算とは何か

「マイナス×マイナス＝プラス」の二つのマイナスが、同じ種類のものではないということについて、もう少し考えてみよう。

そもそも、一般に掛け算において、プラスマイナスの区別なく、同じ種類のものを掛けるということがあるのか。正方形の面積を出すとき、

$$5 \text{ センチ} \times 5 \text{ センチ} = 25 \text{ 平方センチ}$$

つまり「長さ×長さ＝」などという計算をするのではないか、と反論されるかもしれない。しかし、これは

$$\text{縦の長さ} 5 \text{ センチ} \times \text{横の長さ} 5 \text{ センチ} = \text{面積} 25 \text{ 平方センチ}$$

ということであり、やはり別のもの同士を掛けているのだ。そして、出てきた答は、「縦」でも「横」でもない、更に別の「面積」というものである。

一般に掛け算の式を $x \times y = z$ で表すと、 x, y, z は、絶対に同じ種類のものではあり得ないということが言えそうだ。

「一時間に4キロずつ歩くと、4時間で16キロ歩く」という命題だって、

$$\text{距離} 4 \text{ キロ} \times 4 \text{ 時間} = \text{距離} 16 \text{ キロ}$$

と考えると x と z が同じ「距離」という種類であるように見えるが、実はそうではない。正しくは、

$$\text{一時間に歩く距離} 4 \text{ キロ} \times 4 \text{ 時間} = 4 \text{ 時間で歩く距離} 16 \text{ キロ}$$

であり、 x, y, z は別の種類のものだ。

$$\begin{aligned} \text{長方形の縦} 10 \text{ センチ} \times \text{長方形の縦} 10 \text{ センチ} &= \quad \quad \quad \text{とか、} \\ \text{一時間に歩く距離} 4 \text{ キロ} \times \text{一時間に歩く距離} 4 \text{ キロ} &= \end{aligned}$$

などという計算が、この世にあるか。たぶん、ないだろう。これは掛け算の本質を表しているのかもしれない。大胆な言い方をすると、 $a^2 =$ などというような計算は具象の世界には存在しないのだ。だから、

$$(-1) \times (-1) = +1$$

という式が成立する時、その意味は、単に「-1を二乗すると+1になる」という意味ではなく、「ある種類の-1に、別の種類の-1を掛けると、更に別の種類の+1になる」という意味なのだ。

考察3 放物線の公式のxの二乗の意味

物を空中に投げたとき、放物線が出るが、これは $y = -x^2 \dots$ というような式であり、同じxを二乗しているのではないかという疑問について、考えてみよう。

物を空中に投げると、水平(x軸)方向には等速運動、垂直(y軸)方向には等加速度運動をする。これを二次元の平面で見ると、放物線に見えるわけである。今、原点から投げ出された物のt秒後の位置を $p(x, y)$ とし、これを式で表してみる。水平方向の速度をa、垂直方向の初速を0、加速度を g/t としてみよう。

水平方向の位置は、当然、

$$x = a t$$

垂直方向の位置は、単位時間tごとに初めの速度(初速=0)に加速度gが加算されてゆくことから、

$$y = g + 2g + 3g + 4g + \dots + t g = (1 + 2 + 3 + 4 + \dots + t) g = \frac{t(t+1)}{2} g = \frac{g}{2a^2} \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{g}{8}$$

xとyの関係だけを見ると、yはxの二乗になっているように見えるが、実はそうではなく、xとyが時間という媒介変数tで結ばれており、y座標の変化は、1秒後の座標は初速度0に1秒後の加速度を足したものの、2秒後の座標は1秒後の座標に次の1秒間の加速度を足したものというように、その本質は足し算であることが分かる。

考察4 預金の利息計算のとき、同じ利率を何度も掛けていることの意味

預金の複利計算について、毎年同じ利率を何度も掛けるように見えるのは何故か。それは一年目の元利合計に二年目の利率を掛けて二年目の元利合計を出し、それに三年目の利率を掛けて三年目の元利合計を出し...、というように、一年目の利率、二年目の利率、三年目の利率...、というように別々の利率を掛けているのである。たまたま利率が変わらなければ、同じものを掛けているように見えるが、毎年利率が変われば、別のものを掛けていることは明瞭に分かる。式ではxのn乗と書かれているが、内容を考えてみると、同じxをn回掛けているわけではない。

考察5 足し算とは何か

掛け算について考えたついでに、足し算についても考察しておいた方が釣り合いがとれるだろう。

1 リットルの水と2 リットルの油を足すと、3 リットルになる。だから、

$$1 + 2 = 3$$

この説明はおかしい。

1 リットルの水という液体と、2 リットルの油という液体を足すと、3 リットルの液体になる。だから、

$$1 + 2 = 3$$

これなら正しい。蛇足だが、もう一つやっておこう。

人間3人とゴキブリ2匹を足すと、5 (5人、5匹、5個) になる。

これは間違い。

人間3個体とゴキブリ2個体を足すと、5個体になる。

これは正しい。結論、

一般に足し算の式を $x + y = z$ で表すと、 x, y, z は、必ず同じ種類のものである。別の種類のものは足せないし、足すものと別の種類の答が出ることもない。

考察6 実例を作ってみせる

ここまで考えてくると、マイナス×マイナスがプラスになるのはどういう場合かが、大体分かってくる。そして、どういう観点で他の例を探せばよいかも分かってくる。それは、原理的には、

AでなければB、BでなければAという二律背反の命題を見つける。

AとBに関係のある、二律背反のCとDという命題を別に見つける。

BとDを組み合わせると、AとCの組み合わせと同じになるということを示す。

上の を実行してみる

A...試験に合格する (- B) B...試験に落ちる

C...進級できる (- D) D...進級できない

試験に合格すれば進級できるという規則は、試験に落ちれば進級できないことを意味する。つまり、

$$A \times C = - B \times (- D) = B \times D$$

結論

長々と書いてきたのは何を言うためか。教師はここまで準備して授業をする必要があると言うためだ。教育は純粹の学問ではない。ものを教えるための職人的知識・技術のようなものだ。ユークリッドが書いた数学の教科書のようなものがあるそうだが、そこに書いてある公理や定理を、書かれている順に教えても、普通の生徒に数学を教えることはたぶんうまく出来ないだろう。教師は、図を用いたり、比喩を用いたり、他の手段を用いたり、どうしたら分かりやすく説得力のある教え方ができるか、いつも工夫し続けなければならない。

第三章 数学 球の体積と表面積

円周率、円、球、錘などの面積、表面積、体積などについては、公式は中学で覚えるが、実はその証明は高校で微分や積分を習うまではお預けとなる。また、微分・積分を習ってからも、生徒にとっては実感としては理解しにくい点がたくさんあり、興味深い問題が多い。こういうものが感覚的に身近なものになるように、いろいろなテーマを捜して、いろいろな解き方をしてみるということは、価値のあることだろう。

第一節 円周率の素朴な計算

円周率というと、既に $3.1416\dots$ と分かっているし、 π で表す事も常識になっている。しかし、コンピュータもなかった大昔に、昔の人はどうやって円周率を計算したのか。そんなことを考えて、昔の人がやったであろう、極めて単純な計算で、円周率を計算してみた。まず、半径 0.5 の円に外接する正方形を描く。次に、その正方形を、正八角形に直す。次に、その正八角形を正十六角形に直す。

の正方形の辺の長さ l は、 4 である。仮の円周率は 4.0
の正八角形の一辺を x とすると、

$$2a^2 = x^2$$

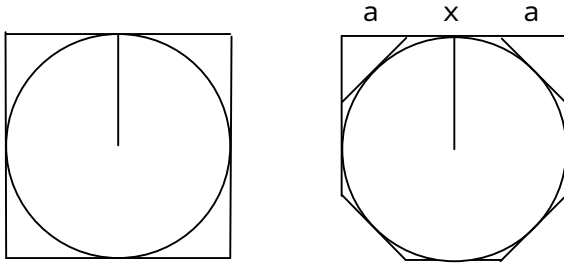
$$a = \frac{x}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}x}{2}$$

$$2a + x = \sqrt{2}x + x = 1$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} = \sqrt{2} - 1$$

8 辺の長さの和 l は、

$$l = 0.4142 \times 8 = 3.3136$$



更に正八角形を正十六角形に直した場合、図を描くのは面倒なので省略して、正十六角形の一辺の長さを y とすると、...自分で計算してください。ともかく、だんだんと 3.14 に近づくことがわかるでしょう。公式があるらしいが、既成の公式を当て嵌めるのではなく、自分で計算してみて納得することが大切なのだろう。

第二節 球の体積と表面積

球の体積と表面積は公式も覚えにくいし、感覚的にも理解しにくい。そこで、球の体積を、球に外接する立方体の体積と比べてみようと思いついた。

半径 5 の球の体積は、 $\frac{4}{3} \times 3.14 \times 5 \times 5 \times 5 = 523.3$

一辺が 10 の立方体の体積は、もちろん 1000

球の体積は立方体の体積の 52.3333 パーセント。

つまり球の体積は、それがすっぽり入る立方体の体積の約 52% なのだ。これはイメージがつかみやすいし、検算の目安にもなる。

同じ大きさの球の表面積は、 $4 \times 3.14 \times 5 \times 5 = 314$

立方体の表面積は、600

球の表面積は立方体の表面積の 52.3333 パーセント。体積の場合と同じだ。やってみて、自分でびっくりした。公式を比べてみよう。

$$\text{体積の比は、} \frac{4}{3} r^3 \div 8r^3 = \frac{1}{6} = 52.333$$

$$\text{表面積の比は、} 4 r^2 \div 24r^2 = \frac{1}{6} = 52.3333$$

成るほど、確かに同じだ。考えてみると、球の体積は、球の表面積 $4 r^2$ に、 $\frac{1}{3} r$ を掛けたものであり、これは $4 r^2$ を底面積とし、 r を高さとする錘の体積と同じである。

では、今度は平面図形で考えてみよう。

半径 r の円の面積と、それに外接する一辺が $2r$ の正方形の面積の比は、 $r^2 \div 4r^2 = \frac{1}{4}$

周囲の長さの比は、 $2r \div 8r = \frac{1}{4}$

両方とも、 $\frac{1}{4}$ やはり同じだ。78.5%。ああ、びっくりした。しかし、考えてみると、円の面積は、円周の $2r$ に、 $\frac{1}{2}r$ を掛けたものであり、これはを $2r$ 底辺とし、 r を高さとする三角形の面積と同じである。

今までの考察を言葉でまとめておこう。

球に外接するどんな形の立体も、それが平面で構成される立体である限りは、その体積は、その表面を構成する個々の小さな平面図形を底面とし、球の半径を高さとする錘の体積として計算される。また、球の体積は、球の表面積を底面積とし、半径を高さとする錘の体積と同じである。だから、球の体積と立体の体積の比が、球の表面積と立体の表面積の比に一致するのは当たり前である。

円に外接するどんな形の平面図形も、それが直線で構成される平面図形である限りは、その面積は、その周を構成する個々の小さな直線を底辺とし、円の半径を高さとする三角形の面積として計算される。また、円の面積は、円の円周の長さを底辺とし、半径を高さとする三角形の面積と同じである。だから、円の面積と平面図形の面積の比が、円の円周と多角形の周の比に一致するのは当たり前である。

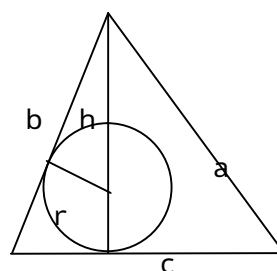
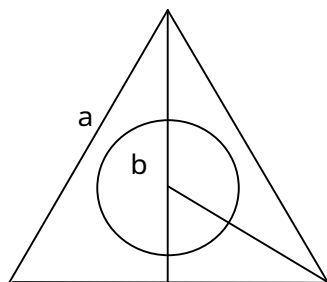
蛇足だが、

半径 r の球と、それに外接する正四面体の体積の比についても調べよう。正四面体の一辺を a 、頂点から対辺に下ろした垂線の長さを b とすると、

底面の平面図

側面図

図から



$$a^2 = b^2 + \frac{a^2}{4}$$

$$b = \frac{\sqrt{3}a}{2}$$

底面の面積 S は、

$$S = \frac{1}{2}ab = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

$$c^2 = (b-c)^2 + \frac{a^2}{4}$$

$$c = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$$

図から

内接する球の体積は $\frac{4}{3} r^3$

正四面体の体積は、 $4Sr \times \frac{1}{3} = 8\sqrt{3}r^3$

球と正四面体の体積の比は $\frac{\sqrt{3}}{18}$

内接する球の表面積は $4 r^2$

正四面体の表面積は $24\sqrt{3}r^2$

球と正四面体の表面積の比は $\frac{\sqrt{3}}{18}$

ついでに、三角形と、それに内接する円の、面積と周の長さの比についても結論だけ書いておこう。

内接する円の面積は r^2

外接する三角形の面積は $3\sqrt{3}r^2$

円と三角形の面積の比は $\frac{\sqrt{3}}{9}$

内接する円の円周は $2 r$

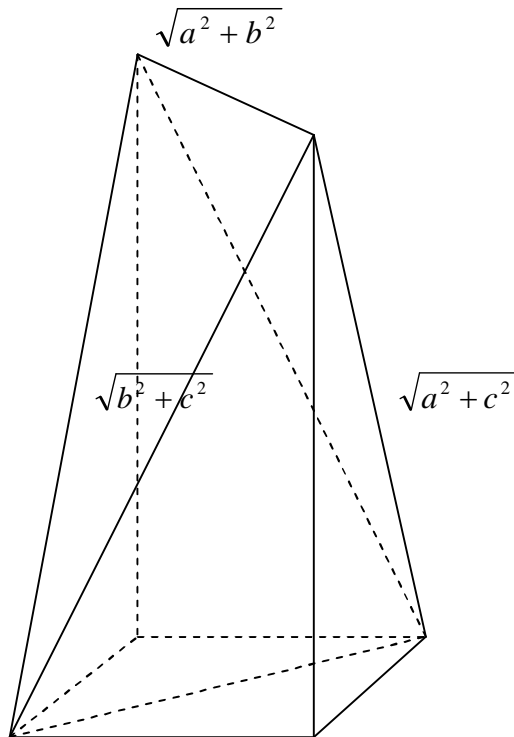
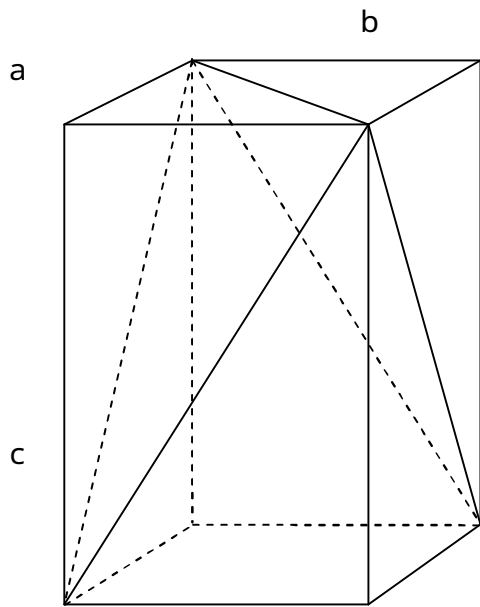
外接する三角形の周は $6\sqrt{3}r$

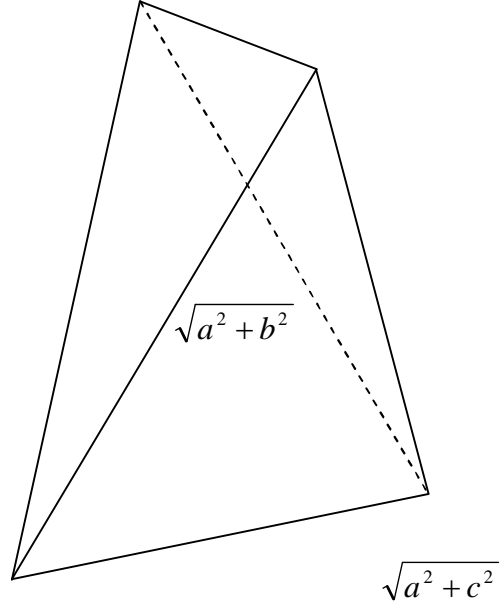
円と三角形の外周の比は $\frac{\sqrt{3}}{9}$

第三節 錘の体積の公式の証明の試み

錘の体積は、柱の体積の $1/3$ であることを、積分を使わずに証明できないだろうか。出来るはずがな

いと初めから諦めないで、ともかくやってみれば、失敗しても何か得るものが有るかもしれない。

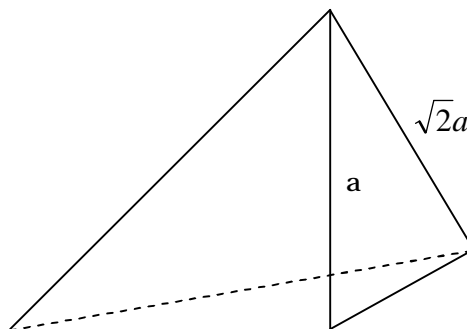
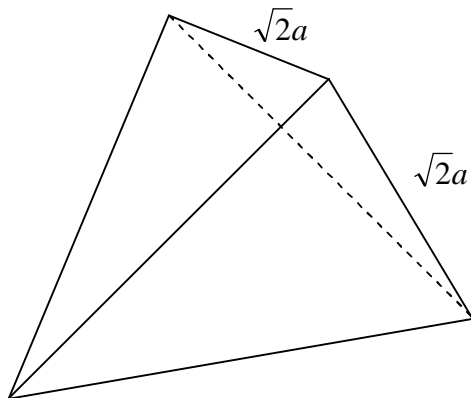
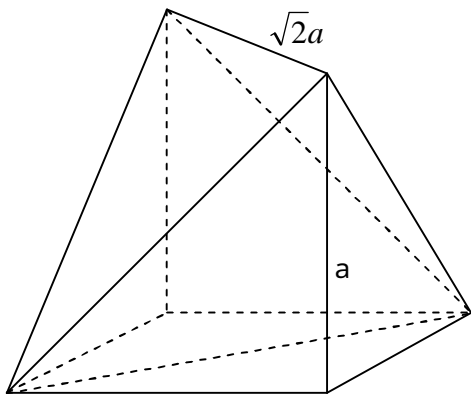
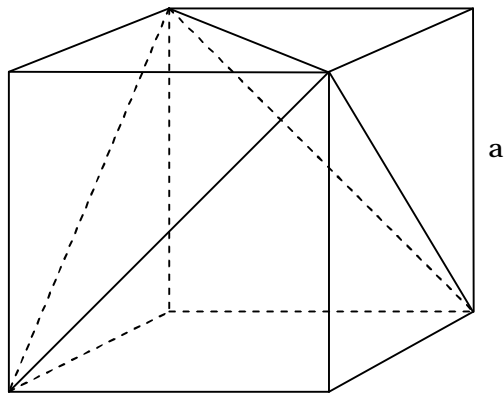




$$\sqrt{b^2 + c^2}$$

$$\sqrt{a^2 + b^2}$$

どうも難しそうだ。立方体ならもっと簡単になるだろう。やってみよう。



の立方体を上の図のように5つに切り分けた結果は、一辺が $\sqrt{2}a$ の正四面体(図)が一つと、 $a, a, \sqrt{2}a$ を底辺とする直角三角形を底面とし、高さを a とする三角錐(図)が四つだった。何と、これなら計算できるではないか。

二つとも三角錐なので、その体積の公式を使って体積を計算すると、

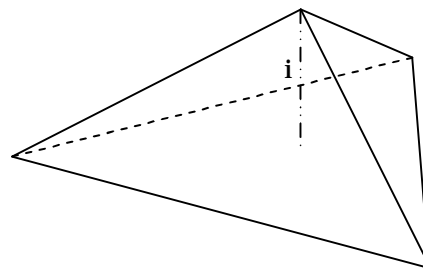
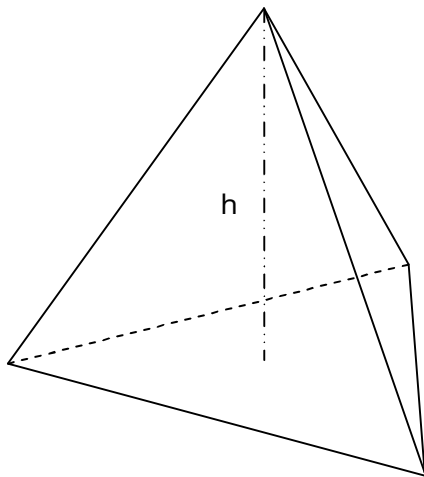
の体積 V は
$$= \frac{1}{3} a^3$$

の体積 V は
$$V = \frac{1}{6} a^3$$

確かに は の二分の一だが、「錐の体積は柱の体積の $1/3$ である」という証明すべき公式を使って計算したのでは、その証明したとは言えない。

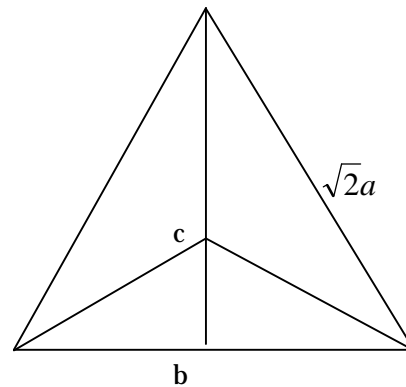
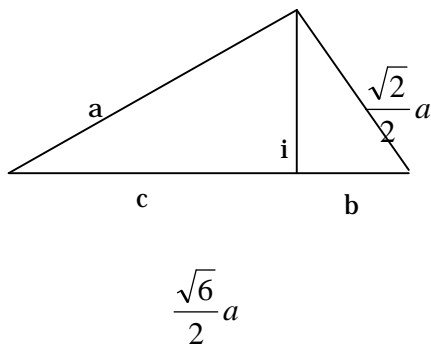
しかし、ここで諦める訳にはいかない。問題は、次のように整理された。

の正四面体の体積は、の三角錐の体積の二倍であることを、錘の体積の公式を使わずに証明せよ。これがもし出来るなら、多少計算は面倒になるが、直方体でも出来るはずだ。もっとも、そんなことが出来たら、数学のノーベル賞と言われるフィールズ賞が貰えるかも。との図を、分かりやすく書き直してみよう。



図の側面図

図の平面図



図より（計算は省略）

$$h = \frac{2\sqrt{3}}{3}a \quad \text{つまり} \quad a = \frac{\sqrt{3}}{2}h$$

図より

$$c = \sqrt{2}a \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}a$$

図より

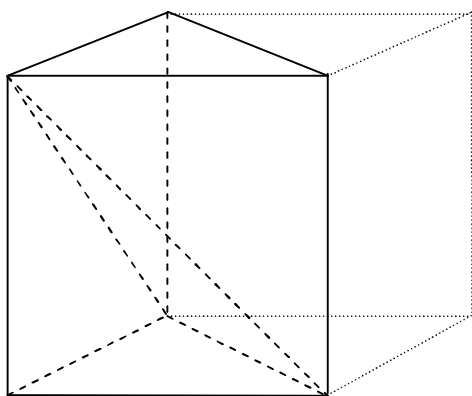
$$a^2 = c^2 + i^2 = \frac{2}{3}a^2 + i^2$$

$$i^2 = \frac{1}{3}a^2$$

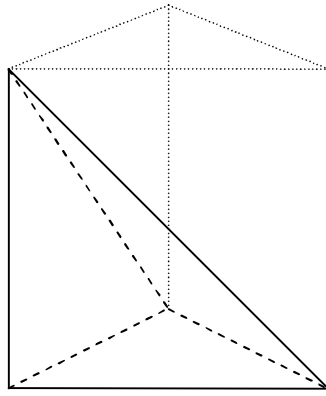
$$i = \frac{\sqrt{3}}{3}a = \frac{1}{2}h$$

の正四面体は、の三角錐と、底面が合同で高さが2倍だから、体積は2倍と書いていいのだから。 そうだとすれば、の三角錐の体積は、初めの立方体の6分の1である。ということは、の三角錐の体積は初めの立方体を下のように2分した三角柱の体積の3分の1であることを証明したことにならないか。

の立方体を2分した図



の三角錐

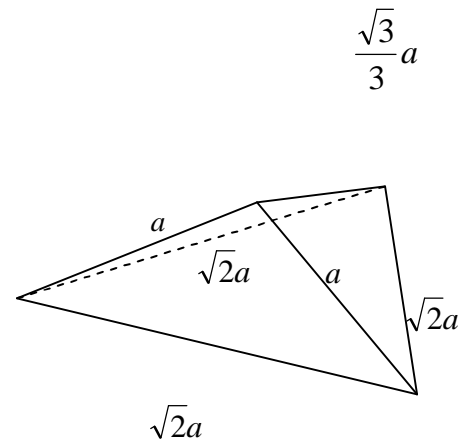
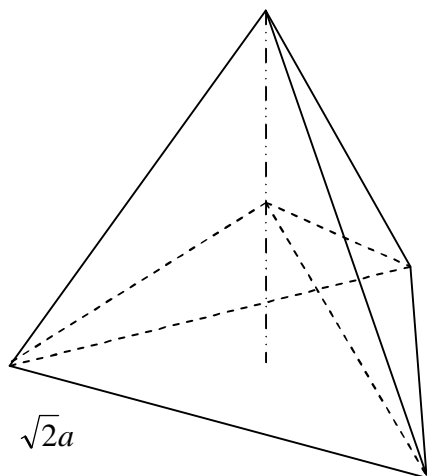


どうも証明したことにならないらしい。上の文のアンダーラインの部分、底面積が同じで高さが2倍なら体積は2倍であるという命題は、三角柱の体積の公式が存在することを前提にしているからだ。しかし、次のようなことは言える。

「底面が合同で高さが同じ三角錐と三角柱の体積の比が一定であるとしたら、の体積はの体積の2倍であり、結局、この場合の錘の体積は柱の体積の3分の1であることが証明できる。」しかし、これも本当に証明したことにはならない。本当に証明するためには、の三角錐を2個切り刻んで、組み立てなおすとの正四面体になることを示さなければならないのだろう。

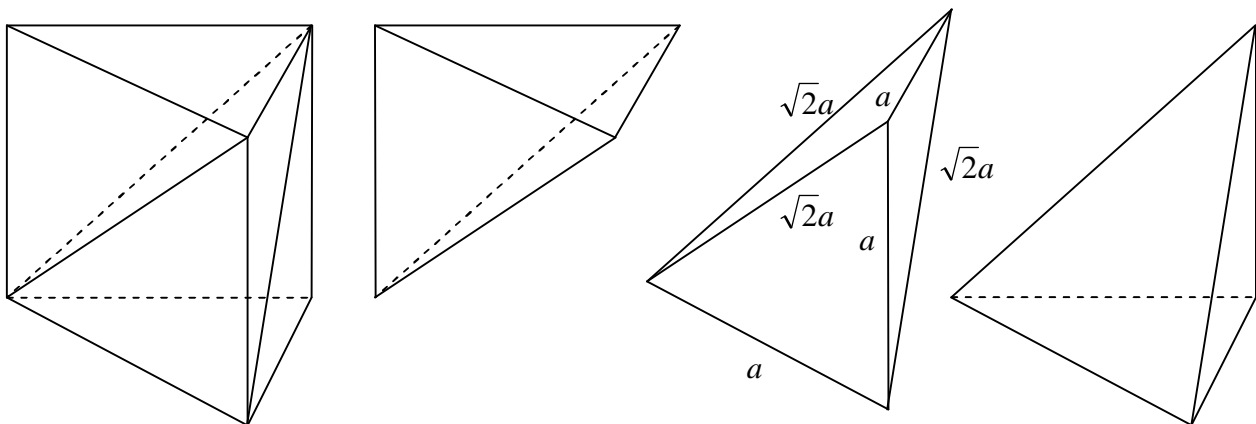
諦めがつかないので、の正四面体からの三角錐を取り除いた立体を考えると図になり、それは下のの三角錐を3個集めた形である。は一辺が $\sqrt{2}a$ の正三角形を底辺とし、残りの3辺の長さが、

$a, a, \frac{\sqrt{3}}{3}a$ である。



ここで考察終わり。この後どうやっても、三角錐の体積を計算する必要が生じるだろう。そのためには公式を使わなくてはならない。要するに三角錐の体積の公式を算数で作ることは失敗。

しかし、まだ諦めがつかない。もっと単純な例でやってみよう。底面が一辺が a の正三角形で、高さも a の三角柱を考え、それを切り分けて と と の三角錐を作る。 と の体積が同じだということを三角錐の体積の公式を使わずに証明できればよい。しかし、これも不可能のようだ。底面積と高さが同じなら同じ体積だということが認められればよいのだが。



しかし、ここで、別の面から疑問が湧いた。三角錐には辺が6つある。その6つの辺の長さが決まれば形が決まる。それなら、その錐と合同な底面を持つ柱の体積など持ち出さなくても、

「三角錐の6辺の長さから体積を計算する公式があるはずだ。それは、どういう公式か。」

この疑問は、もっと基礎的な疑問を呼び起こす。

「三角形の3辺の長さから面積を計算する公式があるはずだ。」これは簡単に見つかった。

3辺の長さをそれぞれ a, b, c とし、 $s = (a + b + c) / 2$ とするとき、三角形の面積 S は

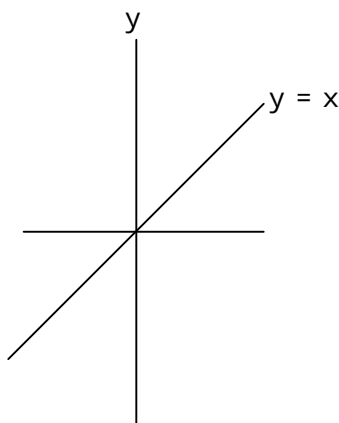
$$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

と表される ([ヘロンの公式](#))。

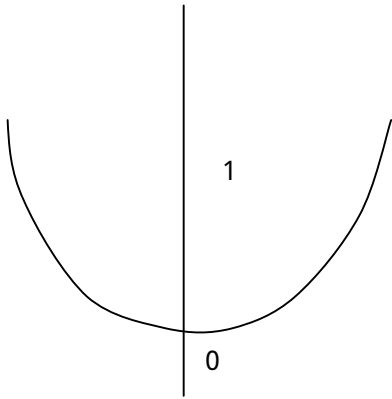
高校 数学 微分 一次関数のグラフから四次関数のグラフを作る。

例えば、4次関数を微分すると3次関数になり、3次関数を微分すると2次関数になり、2次関数を微分すると1次関数になる。あんな変てこな形をしている4次関数も、突き詰めると単純な1次関数つまり単純に直線的に増加する関数から生み出されるわけだ。なぜ単純な1次式のグラフから複雑な高次関数のグラフが生み出されるのか。どうもそれは、数直線グラフのx軸とy軸に、マイナスの領域と、ゼロと、プラスの領域が存在するかららしい。

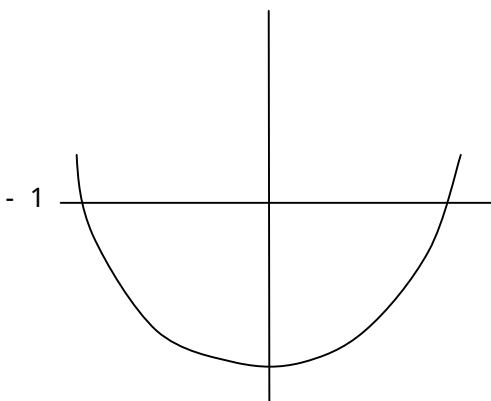
まず、単純な一次式のグラフ $y = x$ を書いてみよう。



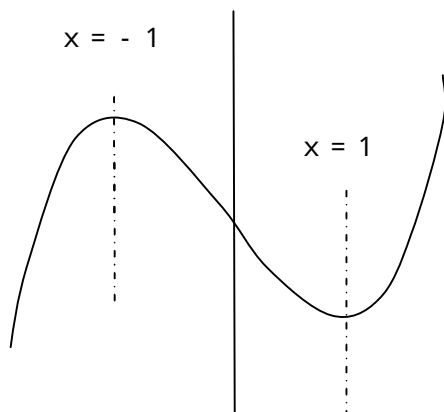
次に、傾きが上の一次式の値になるようなグラフを描いてみよう。xが0より小さい領域では減少し、xが0で減少が0になり、xが0以上の領域では増加に転ずるグラフ。



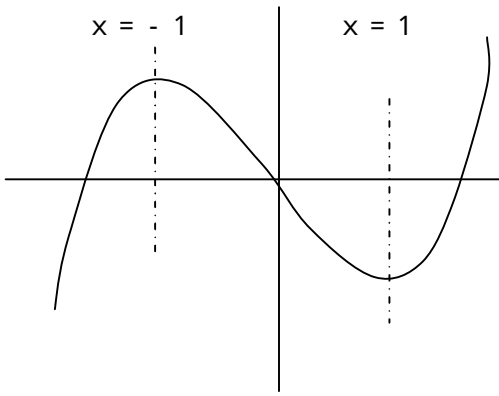
次に、何故か、上のグラフが -1 と $+1$ で x 軸に交わるように、 x 軸を書き込もう。



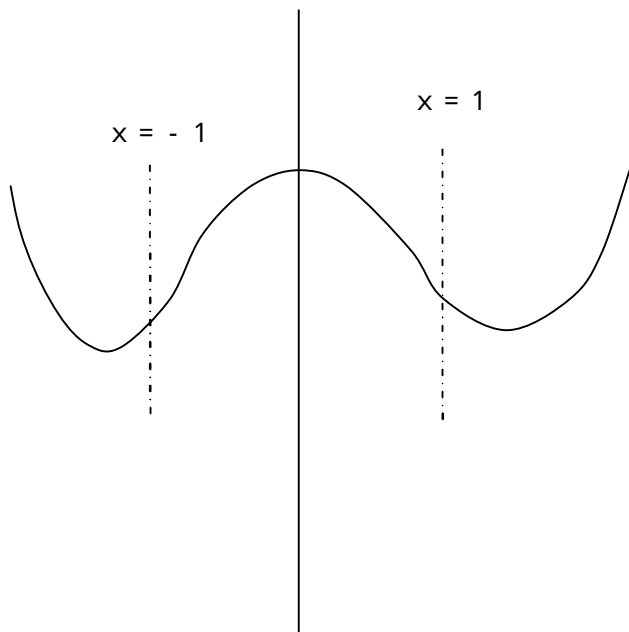
次に、傾きが上の2次式の値になるようなグラフを描いてみよう。 x が -1 までは増加し、その増加の割合がだんだん減少し、 x が -1 で増加がゼロになり、 x が $+1$ になるまでは減少し続けるが、 $x = 0$ の時、減少の度合いが一番大きくなる。グラフを見るとその値は -1 のように見えるが、その点は自信がない。しかしそんなことはどうでもよい。 x が 0 を過ぎると減少の度合いがだんだん 0 に近づき、 x が 1 で 0 になり、それを過ぎると増加に転ずるグラフ。



次に、何故か、上のグラフに次のようにx軸を書き込もう。



次に、傾きが上の3次式の値になるようなグラフを描いてみよう。xが-1の少し手前になるまでは減少し、その減少の割合がだんだん減少し、xが-1の少し手前の所で減少が0になり、xが0になるまでは増加し続け、0を過ぎるとまた減少し、+1を少し過ぎた所でまた増加に転ずるグラフ。



これで完成だが、x軸がないと格好が付かないから、適当にx軸を加えれば完成。つまり、こういうことは、自然数の世界では起きないことだ。江戸時代の数学にも微分積分はあったそうだが、こういうグラフはなかつたろう。(2009/04/15)

小4 算数 縦書きの割り算

縦書きの割り算のやり方は誰でも知っているが、その論理を考えておこう。

$$318 \div 8 = 39 \text{ 余り } 6$$

まず、答えが100以上と仮定して、100の位に1を置いてみる。すると、

$$\begin{array}{r} 1 \\ \hline 8 \) \ 3 \ 1 \ 8 \\ \quad 8 \ 0 \ 0 \end{array}$$

となってしまう。上の計算式は、 8×100 は 318 を超えてしまうので、答は3桁ではあり得ないことを示している。

そこで、答えは2桁と仮定して、10の位に、仮に4を置いてみる。すると、

$$\begin{array}{r} 4 \\ \hline 8 \) \ 3 \ 1 \ 8 \\ \quad 3 \ 2 \ 0 \end{array}$$

となってしまう。この計算式は、 8×40 は 318 を超えてしまうので、答の10の位は4以上ではあり得ないことを示している。

そこで、答は十の位が3と仮定して、

$$\begin{array}{r} 3 \\ \hline 8 \) \ 3 \ 1 \ 8 \\ \quad 2 \ 4 \ 0 \end{array}$$

となる。これは、 318 の中に8が少なくとも30はあることを示している。

そこで、 318 から 8×30 つまり 240 を引く。

$$\begin{array}{r} 3 \\ \hline 8 \) \ 3 \ 1 \ 8 \\ \quad 2 \ 4 \ 0 \\ \hline \quad \quad 7 \ 8 \end{array}$$

今度は、 78 の中に8がいくつあるかという話になる。一の桁に、一番大きな数、つまり9を置くと、たまたま、 78 より小さい 72 になる。

$$\begin{array}{r} 3 \ 9 \\ \hline 8 \) \ 3 \ 1 \ 8 \\ \quad 2 \ 4 \ 0 \\ \hline \quad \quad 7 \ 8 \\ \quad \quad 7 \ 2 \\ \hline \quad \quad \quad 6 \end{array}$$

この計算式は、 $318 = 8 \times 30 + 8 \times 9 + 6 = 240 + 72 + 6$
つまり、 $318 \div 8 = 39$ 余り6
を示している。

教師は、その計算の仕方が、本当はどういう論理で、何をやっているのか、知っている必要がある。また、生徒はこういう割り算の論理をまったく知らないのだということを前提としながら、どう教えればよいのかを考える必要がある。

小数の縦書きの割り算

ゆとりのある時、あるいはよく出来る生徒の場合、計算のやり方だけでなく、その計算の意味もうまく説明するとよいのではないか。

$$\begin{array}{r} 1 \\ \hline 16 \overline{) 28} \end{array}$$

28の中に16は1つしかないから、1の桁の所にまず1と書く。

$$\begin{array}{r} 17 \\ \hline 16 \overline{) 28} \\ 16 \\ \hline 120 \\ 112 \\ \hline 8 \end{array}$$

28から16を引くと、余り12。12の中には28はもうない。そこで、120の中に16が幾つあるか考える。すると、7つある。これは、12の中に16が0.7あることを意味している。120から112を引くと、8になる。これは、12を16で割った余りが0.8であることを意味している。

$$\begin{array}{r} 175 \\ \hline 16 \overline{) 28} \\ 16 \\ \hline 120 \\ 112 \\ \hline 80 \end{array}$$

8は120を16で割った余りだから、8の中にはもう16は1つもない。そこで、80の中に16が幾つあるか考える。すると、5つある。これは、0.8の中に16が0.05あることを意味している。これで、余りはないから、答は $1 + 0.7 + 0.05 = 1.75$ ということになる。

どうもあまり上手くなかったが、もっとうまい説明の仕方があったらぜひ教えてほしい。このように、なぜそのように計算するのか、説明するということが大切だろう。ただ教えられたとおりに数を動かしていれば答が出るというのは、電卓で計算しているのと変わらない。

分数の割り算は、逆数を掛ける。

$6 \div 1/2 =$ の計算を教えるとき、「6割る $1/2$ は、 $1/2$ の逆数つまり2を6に掛ける」と教える。これを暗記しろと押し付けるのではなく、生徒が成る程と思うような説明が出来ないものだろうか。

例 ある人が、6億円の財産を持っている。この人には孫たちが沢山いた。その孫たちに、この6億円の財産を一人2億円ずつ贈与しようと思った。すると、何人の孫に贈与できるか。

答：三人。理由、 $6 \div 2 = 3$ だから。まず、このような常識的な例を挙げて、問題の解決のパターンを確認する。

例 ある人が、6億円の財産を持っている。この人には孫たちが沢山いた。その孫たちに、この6億円の財産を、一人当たり5千万円 (= $1/2$ 億円) ずつ贈与しようと思った。すると、何人の孫に贈与できるか。

答：12人。理由、1億円の中に $1/2$ 億円は2つある。6億円を $1/2$ 億円で割るというのは、6億円の中のそれぞれの1億円を2人に分けることだから、6億円は $2 \times 6 = 12$ 人に当たる。つまり $6 \div 1/2 = 6 \times 2 = 12$ である。 (2009/04/25)

分数とは何か。

分数の話をするときは、例えば $1/6$ なら、「何の」 $1/6$ なのかを常に意識させることが大切だ。

例えば、

1分間に「全体の」1/6仕事をするなら、その「全体の」仕事をやるには6分間かかる。
これは分かりやすい。

1分間に1/6仕事をするなら、仕事をやるには6分間かかる。
これは分かりにくい。

分数とは、「全体の」何分の何か、を表す数だ。だから、途中で、「全体」が変わると、間違いやすくなる。

小5 算数 仮分数と帯分数

分数というのは、概念的に非常に難しい。大人でも、 $\frac{2}{3} - \frac{1}{4}$ などという

計算が出来ない人は沢山いる。自分の親に試してみるとよい。こういう計算は、私も今まで生きてきた日常生活で、ほとんどやったことがない。日常使わない技術は、忘れてしまうものだ。

$1\frac{2}{3} + \frac{5}{3} = 1\frac{7}{3}$ などと答える生徒は、帯分数の整数と分数の間に+が

あることを多分知らないのだから、

$$1\frac{7}{3} = 1 + \frac{7}{3} = 1 + \frac{6}{3} + \frac{1}{3} = 1 + 2 + \frac{1}{3} = 3 + \frac{1}{3} = 3\frac{1}{3}$$

というように、+をしつこく強調して教えるとよいのでは。生徒が帯分数の意味を理解するにつれて、整数部と分数部を離して書くようになった。ということは、初めから「離して書け」と教えればもっと早く理解したかもしれないということだろう。これは一例。自分なりの教えるための戦略 (strategy) を確立することが大切だ。引き算の場合もあるので、全部仮分数に直すのも一つの方法だ。

中学・数学 式の計算 ÷の後ろは分母

問題「一つのリンゴを二つに割ると、その二つのうちの一つは、リンゴがいくつと言えばよいか。」

答「二つに割った片方のリンゴは、半分のリンゴ、つまり1/2のリンゴと言えばよい。つまり1割る2は、1/2だ。÷の後ろは分母だ。

「一つのリンゴを三つに割ると、その三つのうちの一つは、リンゴがいくつと言えばよいか。」

答「三つに割ったうちの一つのリンゴは、一つのリンゴを三つに分けた大きさのリンゴ、つまり1/3のリンゴと言えばよい。つまり1割る3は1/3だ。÷の後ろは分母だ。

「÷の後ろは分母だ」という分数の書き方を、生徒に訳も分からず叩き込まなければならないほど、分数を理解させることは難しいのだ。割算 (特に分数) は掛算より難しい。だって、掛算と言うのは、

問題「リンゴが二つ置いてある皿が三つあると、リンゴは全部でいくつか。」

答「二つのリンゴがその3倍あるのだから、6個に決まってるじゃないか。」

これで納得する。この計算で使うイメージ (概念) は、2つのリンゴ、3つの皿、6つのリンゴなどだ

が、みんな、今日の前にありありと思い浮かべることが出来る。今はないものを思い出したり、ないものを仮定したりする必要はない。直感的にというか、直接的に分かるのだ。また、自然数に自然数を掛けても自然数にしかならない。自然数の掛け算は、自然数の世界からはみ出すことはないのだ。

割算は、分からない生徒は、「一つのリンゴを三つに割っても、一つのリンゴに変わりはないのではないか。なぜなら、丸ごと一つ食べても、三つに割って食べても、リンゴを一つ食べたことに変わりはないからだ。」とか、「 $1/3$ 個のリンゴなどと言うが、これを1個の割ったリンゴと数えてはなぜいけないのか。割ったリンゴを三個食べたと言え、分数などという面倒なものは勉強しなくてもすむ。」、「一つのリンゴを三つに切ってしまうと、一つのリンゴなど、もうないから、比べることは出来ない。」などと考える。考えるというより、そういうイメージしか浮かばない。そのような考えは、自然数の世界から外には出たくないという気持ちを反映しているのだろうが、とにかく、教師にとって当たり前の計算や解法も、それが出来ない生徒にとっては、教師が想像も出来ないほど難しいことなのだ。一般的に、自然数を自然数で割ると、整数になる。整数は自然数より観念的で、理解が難しいのだ。

$1/3$ という概念は、もう現実には存在しない一つのリンゴというものがもし仮に存在していたら、その $1/3$ だという意味で、仮定あるいは反実仮定の知的操作を必要とする。これは自然数ではなく、整数の世界だが、その中でも、非常に特殊な世界なのだろう。ルートなどにも似た抽象性を持つ表現なのかもしれない。

「一つのリンゴを三人で公平に分けて食べる時、一人が食べる量は、元の一つのリンゴがもし仮に存在していたら、その量と比べて、どの位の量のリンゴと言えよいか。」とか、出来るだけ丁寧に表現する必要がある。とにかく算数の段階で、分数の概念を正確に掴ませる必要があるのだろう。国語力はすべての教科の基礎である。

縦書きの掛け算についても後で考えるが、「仮定する」という知的活動が要求されないので、割り算より簡単だということは明らかだろう。

蛇足だが、言葉の世界でも自然数に似た直接的な表現と、仮定あるいは想像を必要とする整数のような表現がある。

この紙は赤い。
この紙は赤くない。

は赤い紙を目の前に見て、それをそのまま言葉にしているだけ。「寒い!」とか「苦しい!」とか言うのと同じである。チンパンジーでもその程度の言葉は使っているかも知れない。しかし、紙を目の前にして、まず頭の中に赤い紙を想像し、(あるいは、思い出し、)その想像や記憶の中の赤い紙と現実の紙を比較して、現実の紙が想像、記憶の中の紙と色が違うと言っているのだ。の方が高度な言語表現である。想像したり思い出したりするという知的活動は、時間を認識していないと出来ない。現在、目の前にあるがままの現実の中だけで生きている人間は、想像したり思い出したりはしない。だから、子供が言葉を覚えるときも、
の順で覚える。

中学 数学 少数・分数の比例

$$2/3 : 1/2 =$$

$$0.8 : 2 =$$

こういう問題の解き方を教える時、両辺に同じ数を掛けたり、同じ数で割ったりすることを教えるが、これは「数式を変化させる技巧」である。教えなければならないのは勿論だが、沢山問題を解く中に、何回かは「実感」と結びついた解き方を例示したいものだ。

例えば なら、あるものを3つに分けたうちの2つと、同じものを2つに分けたうちの1つを比較するとどうということになるのか、実際にやって見せたい。

ここに羊羹がある。その $2/3$ はこのくらいである。



ここに羊羹がある。その $1/2$ はこの位である。羊羹の大きさは同じでなければならない。



上と下の羊羹の黒い部分を比べると何対何になるだろうか。うまく絵が描けないので説明だけになってしまうが、下の羊羹の切れ目は $1/2$ の所だから、上の羊羹を $1/3$ ずつ3つに分けた真中の $1/3$ の丁度真中と同じ場所だろう。となれば、上下の羊羹を6等分して考えればよい。上の羊羹の黒い部分は $4/6$ 、下の羊羹の黒い部分は $3/6$ の所だろう。それなら、上と下の黒い部分の比は $4:3$ であると、視覚で納得できる。同時に、両方の分数を通分すれば、その分子同士を比べればよいことも分かるだろう。小数の比例も同じようなことが出来る。(2009/04/26)

小2 算数 足し算の縦書き計算

生徒がきちんと理解し、学習が順調に行っているときは、それでよいのだが、何十問でもまったく間違いなく全部問題が解けるということは、学習が単調になるということでもある。生徒にもよるが、飽きる生徒もいるだろう。画面上に絵や字を描く描き方を教えたり、アニメを見せたりする方法もあるが、学習そのものに変化を付ける工夫も必要かもしれない。

なぜ位を揃えなければいけないのか。
なぜ一の桁から順に足して行かなければいけないのか。
繰り上がるというのは、どういう意味か。

$$\begin{array}{r}
 59 \\
 + 38 \\
 \hline
 17 \quad 9 + 8 \text{ だから} \\
 + 80 \quad 50 + 30 \text{ だから} \\
 \hline
 97
 \end{array}$$

または、

$$\begin{array}{r}
 59 \\
 + 38 \\
 \hline
 17 \quad 9 + 8 \text{ だから} \\
 50 \\
 + 30 \\
 \hline
 97
 \end{array}$$

良く考えると、

$$\begin{array}{r}
 59 \\
 + 38 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 50 \\
 9 \\
 30 \\
 + 8 \\
 \hline
 80 \\
 + 17 \\
 \hline
 97
 \end{array}$$

これは、 $59 + 38$ を、 $50 + 9 + 30 + 8$ にして、繰り上がりのない計算に直しているのだ。

たまには普段と違うやり方でやってみると、当然のこととしてやっている方法の意味が分かるかもしれない。

(2009/05/06)

すべての対称式は、基本対称式 ($x+y$ と xy) の多項式で表すことが出来る。

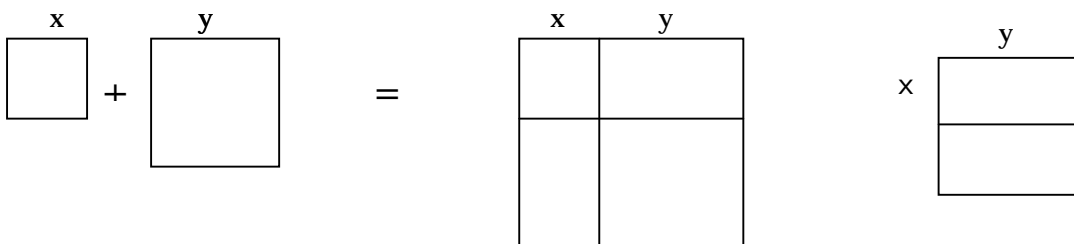
これは確かに高校で習ったが、先生が証明してくれたことはない。今でも不思議に思っている。今日、インターネットで調べてみたら、私の習った数学の範囲外の知識を利用して証明している。引用してもよいが、非常に長くなるし、興味のある人は自分で調べてみたらよからう。

そこで、文科系人間である私が、これをどう理解しようとするか、試してみよう。証明は出来ないにしても、何となく感覚的に分かるということになれば幸いだ。私の教育哲学では、『実感で分かった気にならない知識は、知識とは言えない。』

基本対称式以外の対称式でもっとも簡単なもの

$$x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$$

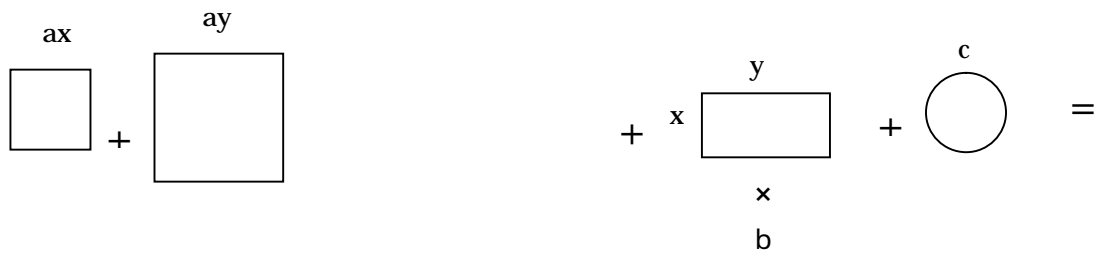
を図形を用いて証明しよう。



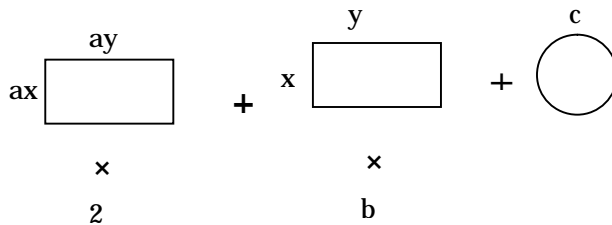
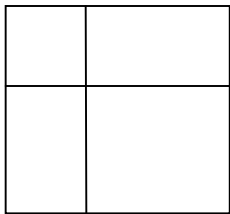
x と y を入れ替えても、図形の大きさは変わらない。

一般に、2次式の対称式は、

$(ax)^2 + (ay)^2 + bxy + c$ で表されるのではないか。これ以外の形では、 x と y を入れ替えれば値が変わってしまうからだ。これが基本対称式で表されることを図形を用いて証明しよう。



$$a(x + y)$$



$$(ax)^2 + (ay)^2 + bxy + c = a^2(x + y)^2 - 2a^2xy + bxy + c$$

xとyを入れ替えても、図形の大きさは変わらない。

3次式でも、立体図形を書いてみれば、同じように出来るだろうと推測される。4次以上は無理だが、そもそも4次以上の関数は、人間は感覚では理解できない。まあ、考えてみると何も図形を用いる必要もないのだが、一つの思考実験として参考になるだろう。

小6 算数 割合の「比べられる数・もとにする数」

「割合 = 比べられる数・量 ÷ もとにする数・量」というが、「比べられる量」「もとにする量」という言葉は難しい。しかも、「比べられる量」は「比べる量」という言い方もあり、余計こんがらがる。「れる・られる」は受身・自発・可能・尊敬の四つの意味が生徒の中に混在していて、「両親に見捨てられる」などのような具体的な例でないと、生徒にはぴんと来ない。また、「比べられる」という言葉は具体的イメージが沸きにくい。「求められる量」「求める量」も難しい。生徒がこの言葉を理解すると考えない方がよい。

「生徒全員の中で男子の割合は？」を教えるのに、「比べられる数は男子で、もとにする数は全員だから、『男子』 ÷ 『男子 + 女子』を計算すればよい。」と言うのはやめて、「生徒全員を1とすると、男子はいくつということになるか。」「生徒全員を100パーセントとすると、男子は何パーセントか」という言い方にした方がよい。つまり、「部分」と「全体」を比較するのだという観念を植え付けければよい。

「割合 = 比べる部分 ÷ 全体」の方が絶対良い。線グラフも併用するか。

学校でちょうど習っている時は仕方ないので、「もとにする量」は全体のこと、「比べられる量」は「全体と比べてどのくらいか考える量」とでも説明するか。

色々な言い方を考えて、どれが生徒にとって分かりやすいか観察してみよう。

問題がパーセントだったら、「もとにする量」は、「100パーセントと考える量」、「比べられる量」は「何パーセントか調べたい量」。

問題が分数だったら、「もとにする量」は「1と考える量」、「比べられる量」は「何分の何か調べたい量」。

問題が何割何分だったら、「もとにする量」は「10割と考える量」、「比べられる量」は「何割何分か調べたい量」。

引き算の「引かれる数・引く数」

前項と同様で、「引かれる数・引く数」も難しい。「れる・られる」をなるべく使わないで説明したいものだ。

$$38 - 18 = 20$$

38は「元の数」、18は「引く数」、20は「答」

確かめるときは、「答」と「引く数」を足して、「元の数」になればよい。こういう言葉で教えるという意味ではなく、先生一人ひとりが言葉の使い方を工夫することが大切だろう。学校で「れる・られる」を使って教えているので、家庭教師もそれを教えざるを得ない場合もあるが、そういう時は、自分なりの分かりやすい言葉でよく理解させておいて、仕上げに、

「元の数」のことを「引かれる数」とも言います。

などという順序で教える戦略を立てるとよいのではないか。

中学 数学 不等号の定義

「未満」は、数学の定義と我々の日常の言葉は一致している。

十八歳未満の人には売りません。 十七歳には売らない。十八歳以上には売る。

「より大きい」「より小さい」は、一致しているようだが、必ずしもそうではない場合もあるかも知れないので、数学の定義と一致する例だけを示した方がよい。

この箱より大きい箱が必要だ。 この大きさではだめだから、もっと大きな箱を探しているのだ。

この箱より小さい箱が必要だ。 この大きさではだめだから、もっと小さな箱を探しているのだ。(とまったく同じ文型の例文を出すのも、こちらの作戦)

「以上」は、本当は一致しないのだろう。

私以上の力持ちでないと、これは持ち上げられない。(私には持ち上げられない)

以上、説明終わり。(「以上、説明終わり」の直前までの文章や言葉を指している)

予想以上の出来栄え(予想と同じではなく、もっとよい出来栄えだった)

「以下」も、本当は一致しないのだろう。

以下、略。(既を書いてある部分は入らない)

しかし、一致する例もある。

部長以下十名。(部長を含み、全部で十名)

こういう例はあえて無視して、数学では「以上・以下」は「同じ」も入るのだと、強制してしまうしか

ない。

「3以上と言ったら、3、4、5、6、...と考えなさい。数学ではそういう約束です」

「以上」「以下」は、法律では、数学と同じ定義で使うらしい。

時速50キロ以下で走行すること(50キロなら違反にならない)
二十歳以上なら選挙権がある。

学校の規則で、例えば「遅刻の数が年間20回以上では進級を認めない」などというのがよくあるが、ちょうど20回なら進級できるのか出来ないのか、担任は確認が必要である。

(2009/05/17)

小学校 算数 概数

問題：76459を四捨五入して、000という形にしたい。の中にはどういう数字が入るか。

四捨五入と言うのは、もちろん4以下は0にし、5以上はその上の桁の数を1増やすということだが、「捨てる数」「入れる数」ということばも実感が伴わない。目で見えて分かるように説明して、『具象の世界』と結びつける方法はないだろうか。

76000 76100 76200 76300 76400 76500 76600 76700 76800 76900 77000

76459 はこの辺

この数直線を見ると、76000 と 77000 のちょうど真ん中は 76500 だということが分かる。76459 は 76500 より少ないから、77000 より 76000 に近い。だから、約 76000 だ。もっと考えてみると、76499 までは 77000 より 76000 に近い。76501 以上の数なら 77000 に近いから、約 77000 と言える。76500 はちょうど真ん中だから困るが、どっちかに決めなければならないから、真ん中まで頑張ったのだから、おまけして 77000 の仲間に入れてあげよう。

何度もこれをやる必要はない。適当な頃合をみて、一回～数回、これを書いて見せるとよいのではないか。

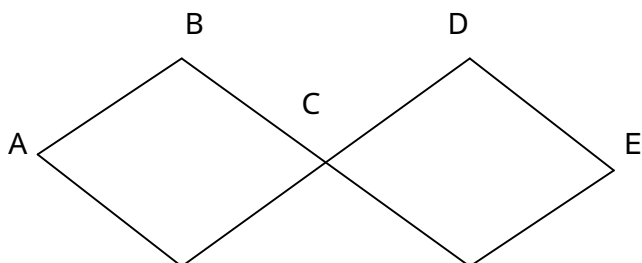
次のような問題も生徒は迷う。数直線を書いて、実感として受け入れられるようにするとよいのではないか。

問題：79503を四捨五入して、000という形にしたい。の中にはどういう数字が入るか。

(2009/04/28)

中3 数学 点対称

線対称の図形は、対称線に鏡を立てることをイメージすると現実感が出る。
点対称の図形に現実感を与える器具はないだろうか。

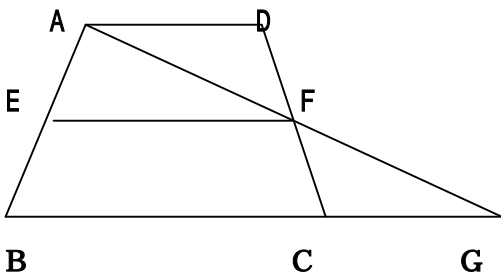


F

G

直線は、細い板を表す。AからGの全てはジョイントになっている。Cにコンパスの針のようなものを付け、Aに鉛筆の先、Eにガイド針のようなものを付ける。Cを中心点として、Eで図形をなぞりながらAの鉛筆で書いても、元の図形とぴったり重なるのが、点対称の図形である。数学の先生なら、こういうものを作って授業で実際に生徒に見せる人もいるだろう。予備校の先生など、自分の授業に説得力を付けるために役立つと思えば、何でもやる。分かりやすい授業をして人気が出れば給料が増えるし、その反対なら解雇が待っているからだ。

数学 中3 中点連結定理



三角形の中点連結定理を使って、 $EF = (BC + CG) / 2$ を証明したら、そのついでに、「台形の中点連結定理」を発明して、「EFはADとBCの平均の長さである」ことに気付かせると、生徒はそこに何らかの共通点というか、数学的一般性を感じ取るだろう。三角形は台形の一つの特殊な形だとも言える。つまり、上辺の長さがゼロの台形なのだ。そういうことを講師が考えるということも大切だ。

公式を使わない方が簡単に解ける（高一 因数分解）

問題 次の式を因数分解せよ。

$$(a + b + c)^3 - a^3 - b^3 - c^3$$

これはもちろん公式を使ってこつこつ展開し、それを整理して因数分解すれば出来る。しかし、実際にやってみると、非常に面倒で、また計算間違いをしやすい。その理由は、計算の過程が複雑である上に、目で見て理解できないからである。代数というものは幾何学に比べて、実用的で普遍的だが、感覚で理解しにくいという欠点がある。何かもっと目で見て納得できる明快な解き方がないだろうか。そこで、次のように解いてみた。まず $(a + b + c)^3$ を、次のように縦書きの掛け算で展開して見る。

$$\begin{array}{r}
 a \qquad b \qquad c \\
 | \quad \backslash \qquad \backslash \\
 a \qquad b \qquad c \\
 / \ | \ \backslash \quad / \ | \ \backslash \quad / \ | \ \backslash \\
 a \ b \ c \ a \ b \ c \ a \ b \ c
 \end{array}$$

まず、一行目のaを因数に含む項を計算する。このように分かりやすい図を書いて考えると、間違いの余地が少なくなる。それは、二桁以上の自然数同士の掛け算をする時、縦書きで計算すると分かりやすい

のと同じである。結果は、

$$a^3 + 2a^2b + 2a^2c + ab^2 + ac^2 + 2abc \dots$$

次に一行目の b を因数に含む項の計算をするが、これは次のように考えると分かりやすい。

$$\begin{array}{r}
 b \quad \quad c \quad \quad a \\
 | \quad \backslash \quad \quad \backslash \\
 b \quad \quad c \quad \quad a \\
 / \quad | \quad \backslash \quad / \quad | \quad \backslash \quad / \quad | \quad \backslash \\
 b \quad c \quad a \quad b \quad c \quad a \quad b \quad c \quad a
 \end{array}$$

つまり、 の式を $a \ b$ 、 $b \ c$ 、 $c \ a$ のように置換すればよい。結果は、

$$b^3 + 2b^2c + 2b^2a + bc^2 + ba^2 + 2abc \dots$$

同様に一行目の c を因数に含む項を計算する。結果は、

$$c^3 + 2c^2a + 2c^2b + ca^2 + cb^2 + 2abc \dots$$

を足せば $(a + b + c)^3$ の展開が完成するが、問題の式は $-a^3 - b^3 - c^3$ が付いているので、初めからそれを引いて、問題の式は、

$$3a^2b + 3a^2c + 3ab^2 + 3ac^2 + 3b^2c + 3bc^2 + 6abc$$

全部の項を 3 で割って、後で 3 を掛けるとして、

$$a^2b + a^2c + ab^2 + ac^2 + b^2c + bc^2 + 2abc \dots$$

を因数分解すればよい。これも、 a に関する 2 次式にまとめ...などの方法で解けるが、かなり面倒である。そこで、上に試みた縦書きの掛け算のセンスを生かして解いてみよう。 の式の $2abc$ を二つに分ける。。

$$a^2b + a^2c + ab^2 + ac^2 + b^2c + bc^2 + abc + abc \dots$$

この式は、全部の項が a 、 b 、 c に関する 3 次式で、係数は + 1、項の数は 8、更に a 、 b 、 c が均等に配置された式 (対称式) なので、縦書きの掛け算の形にすれば、

$$\begin{array}{r}
 + \\
 + \\
 +
 \end{array}$$

という形になり、 a 、 b 、 c がそれぞれ二つの に割り当てられるはずである。各項の係数を + 1 にするには $a + a$ のような形はだめだから、

$$\begin{aligned} a + b \\ b + c \\ c + a \end{aligned}$$

の形しかない。問題の式はその3倍だから、答は

$$3(a + b)(b + c)(c + a)$$

ということになる。

蛇足一 上の「二桁以上の自然数同士の掛け算をする時、縦書きで計算すると分かりやすい」ということについて、もう一度考察して置こう。誰でも常識としてやっていることをもう一度考え直すということは、大切なことだからだ。

$$362 \times 78 =$$

という掛け算の問題がある。これは誰でも

$$\begin{array}{r} 362 \\ \times 78 \\ \hline 2896 \\ 2534 \\ \hline 28236 \end{array}$$

あるいは暗算を交えてもっと簡単に計算する。

$$\begin{array}{r} 362 \\ \times 78 \\ \hline 2896 \\ + 2534 \\ \hline 28236 \end{array}$$

なぜこうするかというと、それはこうしろと小学校で習ったからだ。しかし、代数の発想の中には、こういう計算法は一般的にはない。これを代数で計算すれば、一例として次のようになるだろう。

$$\begin{aligned}
& 362 \times 78 \\
&= (3 \times 100 + 6 \times 10 + 2) \times (7 \times 10 + 8) \\
&= (3 \times 100 + 6 \times 10 + 2) \times (7 \times 10) + (3 \times 100 + 6 \times 10 + 2) \times 8 \\
&= 300 \times 70 + 60 \times 70 + 2 \times 70 \quad + \quad 300 \times 8 + 480 + 16 \\
&= 21000 + 4200 + 140 \quad + \quad 2400 + 496 \\
&= 25340 \quad + \quad 2896 \\
&= 28236
\end{aligned}$$

横書きの計算は縦書きの計算に比べると、非常に面倒で、間違いやすいということがよく分かる。

蛇足二 今まで、代数より幾何の方が、数学の方法として優れているようなことを書いてきたが、現代ではむしろ逆であることを述べておこう。幾何学による計算は、二次元の平面を必要とし、上の因数分解の解法のような、「スマートな(頭の良い)解法」を思いつくことを必要とする。スマートな解法を思いつかない限り、解けないのである。幾何の問題では、ある特殊な補助線を引かない限り解けないというようなことがよくある。しかし、代数は、公式の使い方さえ間違えなければ、また途中の計算さえ間違えなければ、誰でも出来る。頭がよい必要はない。馬鹿でも出来るのである。幾何は芸術的であり、貴族的である。代数は技術的であり、庶民的である。この代数の延長上に、コンピュータがある。これは、式さえ正しく作れば、計算はどんなに面倒でも絶対に間違えない。式も美しく作る必要はない。整理されていない式でも、正しい式でありさえすればよい。カッコなど、何重にネスティングされていても構わないのである。かくて、学校の数学の授業やテストでも、電卓の持ち込みが許可されるのである。(2011/05/25)

第三章 英語 英語が使われている具体的場面で考える。

数学とは、具象的なものを抽象的なもので表現することだと書いた、英語についても、それは一層当てはまる。英文法や英単語の知識は、実際に使われている英語と出来るだけ密接に結びつけて理解するべきである。最初に、雑談だが、英語学習について、多分有益な、私自身の経験を書いた文章を紹介しておこう。「外国人と英語で話していて、自分が言いたい言葉を思いつかなかったら、どうする？」などの質問から、この話につなげてよい。

第一節 英会話で一番役に立つ言葉(同盟のホームページから引用)

私が大学生の時、初めてヨーロッパに行って、この言葉を覚えたために英会話が出来ようになったという、ものすごいキーワードがあるのでお教えしましょう。それは、"What to say?"、日本語で言うと、「えーと」です。"How to say?"とも言います。

外国人と話していて、英語の表現や単語が思い浮かばない時、「えーと」という言葉を言えないと、絶句するしかありません。絶句して相手の顔を見る。笑う。目をそらす。うなだれる。辞書を取り出して引く。十字を切る。どんなことをしても、相手との心の関係が切れてしまいます。この気まずさを何回か経験すると、英語で話すことが苦痛になってくるのです。この時必要なことは、「自分は今、英語でどう言うか考えているので、しばらく待ってくれ」という気持ちを相手に言葉で伝えることです。それが"What to say?"です。「えーと」と言ってさえいれば、相手の顔を見ようが見まいが、笑おうが泣こうが、辞書を

引こうが、何をしても相手は変に思いません。相手を待たせて、自分が考える時間ができるのです。

それだけではない。「えーと、えーと、...うー、a b c? ノー。x y z? ノー。...」と自分が思いつく単語を、ああでもないこうでもないと並べていると、相手は、「君はこう言いたいのではないか」と、こちらが探している言葉を教えてくれます。つまり、"What to say?"は、会話をしながら、外国人に英語を教えさせる呪文でもあるのです。もちろん、いったん教わった言葉は、次からは自前のものとして使えます。

実例ですが、「火山」という単語が分からないので、「Uhu~, what to say? In Japanese, fire mountain, the mountain having fire ...」とか何とか言っていたら、すぐ、「Ah, volcano!」と教えてくれました。

これは英語に限らない。ドイツ語だろうと、フランス語だろうと、中国語だろうと同じでしょう。これから使う予定の外国語で、「えーと」はどう言うか、覚えて行ったら、きっと役に立ちます。

第二節 英語を使うことは、日本語で考えることである。

英語を教える人たち、また、英語を学ぶ人たちの中に、「英語を話したり、読んだり、書いたりすることは、日本語とは別の世界の出来事で、英語でものを考えることは、日本語でものを考えることとは別のことだ」という誤解が広く流布している。一部の英語の先生たちは「日本語は忘れて、英語で考えなさい。日本語で理解せず、英語で直接理解しなさい」という教え方をしているそうだが、この考えは間違っている。その理由は、日本語で育てられた日本人は、英語を使っているときも、日本語で考えているからである。英語をきちんとした日本語に直し、また、日本語をきちんとした英語に直す訓練が英語の勉強である。英語を正しい方法で勉強すれば、日本語の能力も向上する。だから、英語のどの単語、どういう語法が日本語と対応しにくいかをいつも意識する必要がある。

いくつかの文法的事項について、日本語の表現と結び付けてうまく説明する方法を述べよう。

1. 完全自動詞の be と不完全自動詞の be

I am here.

上の文の am は、「いる」という意味で、walk や swim その他の一般動詞の自動詞と同じで、主語と動詞だけで文を作ることが出来る。これを完全自動詞という。いわゆる「5つの文型」という観点から分類すると、「主語 + 完全自動詞」という文型である。この文型の最も分かりやすい文型は、例えば I swim. などである。

ところが、

I am a student.

の am は、完全自動詞ではない。これは I と a student が同じものであることを示す動詞で、I am だけでは文として成り立たず、a student があって初めて完全な文になる。この場合の a student を「補語」と言う。「主語 + 不完全自動詞 + 補語」という文型である。

She is pretty.

不完全自動詞の be はまた、形容詞とともに用いられ、「...は～だ」などと訳される。これも「主語 + 不完全自動詞 + 補語」という文型である。

She is cooking dinner.

be動詞と動詞の現在分詞を合わせた形を現在進行形と言い、「今、...しているところだ」などと訳す。この場合の is は厳密には動詞ではなく助動詞に分類され、is cooking の形を現在進行形と呼んでいる。「5つの文型」の観点から分類すると、She cooks dinner. と同じで、「主語 + 完全他動詞 + 目的語」となる。

He was killed by his wife.

be動詞と動詞の過去分詞を合わせた形を受動態と言い、受身を表す。この場合の was も厳密には助動詞に分類され、was killed の形を含む文を受動態の文と呼ぶ。受動態とは、能動態の文の目的語を主語にした文の形という意味だろう。「5つの文型」の観点から分類すると、と同じということにならざるを得ない。

～ の文は、すべて極めて基礎的な文なのに、文法的に説明すると、こういう面倒なことになる。特に、と の be動詞が実は動詞ではなく助動詞であるという説明が分かりにくい。もっと分かりやすくする方法はないだろうか。教える立場を離れても、なぜ be動詞には、こんなに色々な訳し方があるのか、疑問に思わないだろうか。教師は、自分が教えていることが、生徒に分かりやすく整理されていない時、生徒に「分かりません」と言われなくても、そのことに気付かなくてはならない。

結論から言うと、be動詞、be助動詞は、本来、「存在する・存在している」という意味の完全自動詞だったのだろう。というより、そのように考えると理解しやすい。これは、若林俊輔著『英語の素朴な疑問に答える36章』（1990年、The Japan Times 社刊）で読んだものである。この訳で ～ を訳してみよう。

I am here. 私は存在している、ここに。here は am という動詞を修飾しているから、副詞。

I am a student. 私は存在している、一人の学生という状態で。
a student は I の状態を説明しているから補語。これは間違いない。

She is very pretty. 彼女は存在している、とても可愛い状態で。
very pretty は she の状態を説明しているから補語。英語の参考書にも、そう書いてある。

She is cooking dinner. 彼女は存在している、今、目の前で夕食を料理している状態で。
cooking dinner は she の状態を説明しているから、原理的には補語と言ってもよい気がするが、普通の英文法では補語とは言わない、と言うより、補語に分類しない。英語の参考書に「補語になるのは形容詞か名詞」と書いてあるから。

He was killed by his wife. 彼は存在していた、殺されている状態で、彼の妻の傍に。
killed は he の状態を説明しているから補語と言ってもよさそうだが、普通は言わない。英語の参考書に「補語になるのは形容詞か名詞」と書いてあるから。

もちろん、授業で、こう訳せという意味ではない。これは言わば「語源的直訳」とでもいうべきもので、このままでは自然な日本語訳とは言えない。しかし、生徒に、こういう根源的な意味がまずあって、そこから多様な文法的用法が生まれてきたことを説明すれば、これらの文型を生徒に理解させるのに役立つだろう。こう説明すると、 の a student と、 の very pretty を何故「補語」と呼ぶかも理解できる。「補語」とは、

I am ... She is ... と口ごもっている時、その口ごもっている ... に補う語という意味だと説明できる。complement (補語) は「complete にするもの・補完物」という意味である。a student や very pretty を補うと完全な文になるというわけだ。

こう考えると、 の here も、 の cooking dinner も、 の killed も、補語と似た性格を持っていることが分かる。be動詞、be助動詞が、「存在している」という意味を表すとき、その主語がどういう状態または資格で存在するかを表していることに変わりはないからだ。

しかし、 の here は副詞で、副詞は文の成立に不可欠の要素ではないので、 の am は完全自動詞とされる。また、 は「現在進行形」、 は「受動態」という、立派な文法的区分の名前を与えられ、be はなら助動詞で、is cooking という動詞句の一部、 も助動詞で、was killed という動詞句の一部と考えられるというだけのことだろう。

ついでだが、 の受動態の説明を生徒にするとき、「彼は存在した、殺されている状態で、彼の妻の傍に。誰に殺されたのか。決まっているじゃないか。彼の妻に殺されたんだよ。だって、彼の死体のすぐ傍に、彼の妻が血の付いた包丁を持って立っているんだから。」のような強引ではあっても面白い説明を付けると、生徒は不満を感じながらも納得する。そして、near でも under でもなく、「すぐ傍に」を表す by という前置詞がなぜ受動態の構文の中で使われるのか、自分で考えるようになる。そうなれば、しめたものだ。うまく行けば、その生徒は、covered with snow などという場合はなぜ by ではなく withなのか、とか、be made of と be made from の違いをどう理解したらよいか、とか、自分で考えるようになる。

やたらに専門的文法用語に頼る教え方は、しばしば生徒を混乱させる。be動詞に、完全自動詞としての用法と不完全自動詞としての用法があると説明すれば、では、進行形や受動態の be はどちらなのかという質問が教師に向けられる。いや、生徒が質問してくれれば、まだよい。教師は誠意を持って答えることが出来るからだ。本当に怖いのは、生徒が疑問点を質問もせず、「訳の分からない理屈を押し付けられているな」と思って、先生には何も言わず、その時点で勉強を諦めてしまうことだ。

2. 動詞の現在分詞と過去分詞の意味

これに関連して、これも若林俊輔氏の前掲書に書かれていたことだが、

動詞の現在分詞は、その動作が今、目の前で生き生きと生起している状態を表す。また、能動の意味を持つことが多い。その動作が今目の前に生き生きと行われている時は、それを見る人の目はその動作を行っている人にひきつけられることが多いからだろう。killing と言われれば、現在、目の前で人を殺す行為をしているその人を目に浮かべるのだろう。現在分詞が、その名のごとく、現在形に ing を付けた語形を持っているのも、そういう意味で頷ける。

動詞の過去分詞は、その動作がすでに行われ、その結果が目の前に残っている状態を表す。また、受動の意味を持つことが多い。その動作がすでに行われた後は、その動作は目の前に見ることは出来ず、その動作の影響や被害を受けた結果だけが目の前に残っているからだろう。killed と言われれば、殺すという動作が既に過去のものとなり、ある場合には犯人は既に逃亡し、その結果として、殺された状態の人が目の前に横たわっている光景を目に浮かべるのだろう。過去分詞が、その名のごとく、過去形と同じ形をしている場合が多いのも、頷ける。

などの知識も、文法の説明に非常に有効だ。だから両者とも文の成分としては形容詞と同じように使われる。現在進行形や受動態で be動詞の後に使われるのも、形容詞と似た使われ方なのだ。名詞を限定修飾する時も、

white paper (形容詞：目の前に白い状態がはっきり見える状態の紙)

carrying bag (動詞現在分詞：目の前に今物を運んでいる状態が目には浮かぶようなバッグ。
また、物を運ぶ(能動的動作の)ためのバッグでもある。バッグを運ぶのではなく、別のものを運ぶためのバッグである。 the bag carrying something)

broken car (動詞過去分詞：壊すという動作が既に行われてしまった車。
また、(受動的に)壊された車でもある。車を壊したのである。
(Someone has broken the car)

などと、形容詞と同じ使い方がされる。また、broken などは辞書でも形容詞に分類されることもある。また、

interesting = 人に興味を起こさせる(動詞 interest の現在分詞) = 面白い(形容詞)

interested = 興味を持たされた(動詞 interest の過去分詞) = 興味深げな(形容詞)

などのように、動詞と形容詞の両方に使われ、区別できなくなってしまう例も多い。

3 . 現在完了と動詞の過去分詞

動詞の過去分詞について述べたついでに、完了時制についても、メタ文法的説明を紹介しよう。これも若林俊輔氏の前掲書に書かれている。

have 動詞 + 動詞の過去分詞がなぜ完了を表すのか。

a book written in English は「英語で書かれた本」(written は現在分詞の限定用法)

I have a book written in English. は「私は英語で書かれた本を持っている。」

こういう言い方から、written を、自分の動作である have の後ろに付けて一体化し、完了時制が出来たと言われる。

I have written a book in English.

「私は英語で一冊の本が書かれたという状態を持っている。」

「私は英語で一冊の本を書き終わったところだ。」

Instruction(知識教示)は、必ずしも学問的正確さを必要としない。「どこかで読んだ話だが」とか、「こういう説もあるから紹介するが」とかの前置きでも、生徒がその説明を聞いて成るほどと思い、スムーズにその知識を受け入れるために役立つなら、それで十分である。「講釈師、見てきたような嘘を言い」という川柳があるが、教師も、自分の授業に説得力を持たせ、印象付けるためには、方便として嘘を交えることもある。「私は英語で書かれた一冊の本を持っているのだから、私はその本をちょうど書き終えたわけだ。誰がその本を書いたか？ 決まっているじゃないか。Iだよ。だって、I have written なんだから I が主語だよ。」

4. 日本語の完全自動詞と不完全自動詞

be について、完全自動詞と不完全自動詞の二つの用法と、それとは別に、助動詞としての用法があることについて述べたが、面白いことに、日本語にもこれと非常に似た例がある。

be動詞にあたる日本語は「ある」、古語では「あり」だが、この「あり」は、当然ながら、本来、「存在する」という意味だった。

我は ここに あり。(私は ここに 存在する。) I am here.

上の「あり」は完全自動詞、「ここに」は日本語文法では「代名詞+格助詞」だが、一文節で、働きは英語の副詞にあたる。「あり」は日本語文法でも動詞と呼んでいる。

我は 学生に あり。(私は 学生という状態で 存在する。) I am a student.

我は 学生にて あり。(私は 学生という状態で 存在する。) I am a student.

こういう言い方もあった。「学生に」の「に」は古典文法では断定の助動詞「なり」の連用形と教えているが、語源的には「東京にいる」などの「に」(場所を示す格助詞)などと同じで、単に「そのものを指定する」働きをする助詞だったらしい。「て」は接続助詞で、「学生に・学生にて」は一文節である。

のような場合の「あり」は、文法的位置づけは微妙だが、「陳述を表さない」つまり英語で言えば、完全自動詞として働いていないので、動詞は動詞でも、「補助動詞」として使われていると説明することが多い。補助動詞とは、動詞本来の働きを失って、この場合なら、単に文末に断定的な意味を付け加える

働きしかしていないという意味である。「動詞の補助用法」などとも言う。英語の「不完全自動詞としての用法」とよく似ている。この言い方は、さらに、「にあり」「にてあり」が短縮して、「なり」になってしまった。

我は 学生 にあり。 我は 学生 なり 。
私は 学生 にてある。 私は 学生 である。(現代語)
I am
a student .

「なり」となってしまうと、もともとの「あり」という動詞の形がまったく消失してしまい、それだけで文節を作る力を失い、付属語になってしまうので、助動詞に分類される。この「なり」は断定の助動詞と呼ばれる。しかし、これを英語と比較すると、助動詞ではなく不完全自動詞の be に近いだろう。現代語の方を見ると、「である」となっていて、これも助動詞に分類されるが、「ある」という動詞の形が残っている。ということは、やはり英語の助動詞ではなく、不完全自動詞の be に近いのだ。

このように、日本語と比較して教える方法が有効なこともあるだろう。

閑話休題にそういう例をもう一つ。

5. 動詞 do と日本語の動詞「す・する」

be動詞について述べたついでに、do についても、日本語との共通点について触れておこう。英語の do は、

I did a lot of work today.

のように、「する」という意味の動詞として用いられ、これが本来の意味だったらしい。しかし、実際には、「事を終える・済ませる・遂行する・果たす・処理する・掃除する・片付ける・歯を磨く・花を生ける・問題を解く・劇を上演する」など、その場の状況に応じて様々な訳があてられる。また、

Do you speak English? のように、助動詞として、また、その答の

Yes, I do. のように、代動詞としても使われる。

日本語の「す(古語)・する(現代語)」も、

男もすなる日記といふものを、女もして見んとて、するなり。(土佐日記)

では、「書く」という意味で使われ、また、

百里を行く者は、九十を半ばとす。

などと、「半分と考えるべきである」など、その文の内容に応じて、さまざまに訳される。また、無原

則なほど多くの名詞と結合し、複合サ変動詞と呼ばれるものを作る。例としては、

勉強する・アルバイトする・お茶する・青春する などなどがある。

また、高校の古典文法で習う、過去の助動詞「き」の未然形「せ」、いわゆる「せ・き・し・しか・」の「せ」は、語源的には、サ変動詞「す」の活用形であるという説もある。

世の中に 絶えて | 桜 | の | なかり | | せ | | ば | ...
まったく | 桜というもの | が | ない | と | 仮定した | ならば |、

などのようにも考えられる。私は、古文の授業では、

「あり・す・ものす」の三つの動詞は、状況と文脈を見て、どんなに意識してもよい。

と教えている。「ものす」は、漠然と何でも指す「もの」と「す」が結びついた複合サ変動詞で、強いて直訳すれば、「何かをする」である。

第五章 出来るだけ普遍的な規則を考える メタ文法。

1 . Yes, No で始まる回答文。

Are you a student? (be動詞の質問文) に対する答は、be動詞を使って、
Yes, I am. Yes の場合は be動詞で止める。...
No, I am not. No の場合は be not で止める。...

Do you speak English? (一般動詞の質問文) に対する答は、do を使って、
Yes, I do. Yes の場合は do で止める。...
No, I do not (don t). No の場合は do not で止める。...

Can you swim well? (助動詞の質問文) に対して、
Yes, I can. Yes の場合は、質問文の助動詞で止める。...
No, I can not (can t). No の場合は、質問文の助動詞 + not で止める。...

このような教え方をしていると、

Is he swimming? (現在進行形)
Yes, he is. ...
No, he is not (isn t). ...

Was he swimming? (過去進行形)
Yes, he was. ...
No, he was not (isn t). ...

Have you been to Tokyo? (現在完了)

Yes, I have. ...

No, I have not. ...

Had she visited the town? (過去完了)

略 ...

略 ...

Had she been wandering all over Europe? (過去完了進行形)

略 ...

略 ...

~ のいろいろな形の質問文に対して、・ のように答えるという規則を一つ一つ教えなければならないのか。また、「Yes の場合は で止める」「No の場合は not で止める」というが、生徒に「なぜ で止めるのですか」「なぜ not で止めるのですか」と質問されたら、どう答えるのか。

そもそも、本当にそんな規則があるのか。もしそんな規則があるとしても、その背後に、もっと簡単な規則があるのではないか。「水金地火木土天海(冥)」のそれぞれが、それぞれの法則に従って太陽の周りを回っているが、それぞれの公転の法則を個々に理解しなくても、いわば「メタ法則」としてのケプラーの法則を理解すれば、全部理解できるのではないか。ケプラーがそれを説明するまで、人々はたぶん、例えば金星と火星とは、まったく別の法則で天体を動いていると想像していたらう。金星は地球と太陽の間、火星は太陽から見て地球の外側を回っているのだから、まったく別の動き方をしているように見えるからだ。

ある一つのグループの文法に、共通の「メタ文法」があるなら、それを教えた方が生徒はよく理解する。一つのことだけを理解し、覚えればよいからだ。そういう観点から、もう一度考え直してみよう。

Are you a student?

と質問されれば、誰でも、

Yes, I am a student.

No, I am not a student.

と答えるのが自然な言語行為だろう。そして、

Yes, I am.

と a student を省略するのも自然な言語行為だろう。相手の言ったことは、繰り返さなくても分かるからだ。

No, I am not.

と not で止めるのも理にかなっている。not 以下はやはり相手の言ったことだから省略できるからだ。

文法というほどのものではない。自然な言い方とでも言うべきこと以上ではない。実は、もっと省略して、

Yes.

No.

ただだって、間違いだと言って×を付けるわけにはいかないだろう。

Do you speak English?

Yes, I speak English. speak English は言わなくても分かるので、それを代動詞 do に替えて、

Yes, I do.

No, I do not (don't) speak English. No, I do not (don't).

Can you swim well?

Yes, I can swim well. Yes, I can.

No, I can not (can't) swim well. No, I can not (can't).

Is he swimming?

Yes, he is swimming. Yes, he is.

No, he is not (isn't) swimming. No, he is not (isn't).

Was he swimming?

Yes, he was swimming. Yes, he was.

No, he was not (isn't) swimming. No, he was not (isn't).

Have you been to Tokyo?

Yes, I have been to Tokyo. Yes, I have.

No, I have not (haven't) been to Tokyo. No, I have not (haven't).

Had she visited the town?

Yes, I have visited the town. Yes, I have.

No, I have not (haven't) visited the town. No, I have not (haven't).

Had she been wandering all over Europe?

Yes, I have been wandering all over Europe. Yes, I have.

No, I have not (haven't) been wandering all over Europe. No, I have not (haven't).

の、一般動詞の質問文に Yes で答える場合だけは例外で、speak English を省略するのではなく、代動詞 do に置き換えている。これは、Yes, I でも分かるのだが、それだと、主語だけで動詞のない文になるので、英語としては不自然に感じるのだろう。日本語では、「あなたは英語を話しますか」に対してどう答えるか。いろいろな答え方があるが、省略する。自分で考察すれば、授業で使える話が出るかもしれない。

You are not a student. と、自分の判断「あなたは学生ではありません」と言った後に、
Are you a student? (あなたは学生ですか)と、自分の判断と反対のことを問い掛ける。

疑問文の a student は繰り返しなので省略して、

You are not a student, are you (are you)?

日本語でも同じように言う。

「あなたは学生ではありません。それとも、あなたは学生ですか、ね、学生ではないでしょう。」

「あなたは学生ではないでしょう。本当に学生かい？」

「あなたは学生じゃない。学生ですか。」

説明はこれで終わり、規則とか文法とか言うほどのことではない。蛇足だが、上の ~ の色々の時制や否定、肯定などについて、少しサンプルを示しておこう。

You speak English, don't you (speak English) ?

You don't speak English, do you (speak English) ?

You can swim well, can't you (swim well) ?

You can't swim well, can you (swim well) ?

(~ までは略)

She had been wandering all over Europe, hadn't she (been wandering all over Europe)?

She had not been wandering all over Europe, had she (been wandering all over Europe)?

第六章 英語 前置詞の表す空間感覚をジェスチャーで。

前置詞の学習は非常に大切であると同時に、学習の効率が非常に高い。なぜなら、前置詞は限られた数しかないのに、英語の中では非常に頻繁に使われる。だから、正確に理解しておけば、それに関する知識を使う頻度が高いということになる。

前置詞の機能とは何か。一言で言うと、前置詞は、主語が目的語に対してある動作をする、その動作の目的語に対する空間的関わりのあり方を示す。空間に関する意味を表すのが本来の機能であり、時間その他を表す意味は、空間的表現が転用、または比喩的に使われたのだろう。人間はこの世に生まれて、初めに空間を認識し、その後、時間を空間に擬(なぞら)えて認識する。「未来に向かって前進する。」とか、「過去を振り返る。」などという表現がそれを表している。そこで、教えるとき、空間を表す前置詞を重視し、ジェスチャーを使うのが非常に有効である。

「東京書籍」の「NEW HORIZON English course 1」の例で述べよう。

What language do they speak at home?

左手を上に向けて平らにし、掌の中心辺りを home に見立てて「家庭 home」と言いながら生徒に見せ、右手の人差し指で突き、固定させて「at home 家庭で」と言う。

Look at that sign.

左手の掌を目の前に立て、中心を標識に見立ててじっと見つめ、「見ろ、見る look あの標識」、右手の人差し指を突き出して見つめている点を突き、「at that sign あの標識を」と言う。

The blue mist comes from the trees.

左手を目の前に立てて the trees に見立て、「あの木々」と生徒に言って見せ、右手の親指と人差し指で糸をつまむような感じで、左手の位置から手前に引っ張るように動かし、「from the trees 木々の方から」と言う。

Are you from America?

左手を伸ばして机の上に伏せ、アメリカに見立てて「あなたは、アメリカ」、右手を左手の上から自分の胸の辺りに引き付けて、「から from ですか。アメリカから来たのですか。」と言う。

She lives in Australia.

左手を上に向けて平らにし、オーストラリアに見立てて、掌のある範囲を撫で、「オーストラリア」、撫でながら、「in Australia オーストラリアに住んでいる」と言う。

on は平面だけでなく、on the wall, on the ceiling など、縦の面でも天井のような面でも使うことを工夫して表す。また、on は一部分が接触していればよいようだ。

to, into, out of, off, over などは動きを表す工夫が必要。

by the computer

左手を握ってコンピュータに見立て、「the computer そのコンピューター」と言い、右手の人差し指を左手の周りをもぞもぞ一周させ、「の辺りに、のそばに by」と言う。

under the chair

左手を椅子のような格好で指で立てて「その椅子」、右手でその下の空間をもぞもぞ撫でて、「の下辺りに under」と言う。

熟語を教えるときにも応用で使える。

below

同じ「下に」でも、under は動きや空間的広がりの意味も含み、below は静的な意味である。
同じ「上に」でも、over は動きや空間的広がりの意味も含み、above は静的な意味である。
そういうことも、ジェスチャーを使うとうまく表現できる。

The car ran over him.

左手を拳骨にして「彼」に見立て、右手をその上を通過させて、「車が彼の上を通り過ぎて over 走った、つまり彼を轢いた」と言う。

He was killed by his wife.

「彼は殺された状態で存在した。彼の妻のそばで。犯人は誰か。勿論彼の妻だよ。彼が死んでいるそばに、出刃包丁を持って立っているんだから。」

その他、自分で工夫してジェスチャーの型を作っておくとよい。こういうことは、念力のようなもので、自分でそういう気になることが、案外説得力を生み出す。役者の演技などと同じだろう。一般に、ジェスチャーを上手に使うことは、教師の大切な能力の一つだが、これは教師に限らない。熱心に話す人がいつの間にか身振り手振りを交えることはよくある。ただし、教師は、それを計画的、意識的かつ冷静に、生徒の反応を確かめながら行うことが必要である。教師がこういう教え方をすると、生徒も、自然に前置詞を空間的に把握しようとするようになる。生徒が自分からジェスチャーをするようになれば、大成功だ。大げさな言い方だが、偉大な教師には、自然にその学派・流派 (school) が生まれる。前置詞が出てくるたびに、多くの生徒がやたらに手を動かすようになれば、その先生の一門・流派が出来ているのだ。鈴木先生なら、鈴木一門、鈴木流、鈴木派。そういう点は、教師は宗教家と似ている。その代表は孔子だろう。「孔門の十哲」や「七十子」などの言葉がそれを示している。

第七章 英語 日本語と対応しない語彙

中学英語 なぜ a と an を使い分けるのか。

生徒の素朴な疑問で、a egg でも別に言いにくいわけでもなく、聴きにくい訳でもない、何故母音で始まる単語には an を付けなければいけないのか、というのがある。『英語の素朴な疑問に答える36章』(若林俊輔著)に書いてあることと、私が英語の先生から聞いた話をまとめると、次のようになる。

a という単語が先にあって、母音で始まる単語に付けるために an が後から発生したわけではない。逆である。実は、an が先にあり、a は後からできたのである。また、an という言葉の語源は one である。単純化して言うと、大昔は、

This is one book.

This is one egg.

と言った。しかし、この one には「一つの」とはっきり言う意識が薄くなり、何となく軽い意味で言うようになったので、発音も軽くなり、語頭の w の音が取れて、

This is an book.

This is an egg.

と言うようになり、不定冠詞の an が生まれたのである。しかし、an book という言葉は言いにくい。子音が二つ繋がるからだ。特に n という子音は、その後に b, m, p などの上下の唇を付けて発音する子音は続かない。そこで、後に続く単語の語頭がどのような子音でも a を使う事に統一してしまった。それで、

This is a book.

This is an egg.

と使い分けるようになり、a も出来た。大体、こんな筋書きらしい。

余談だが、the は that と語源が同じだと聞いたこともある。また、only は one の副詞形であるという話も聞いたことがある。また、one という単語は大昔は「オウン」と発音したとも聞いたことがある。o の後に子音字があり、その後に e があるのだから、o を「オウ」と発音したというのは筋が通っている。だから only も「オウンリー」と発音する。また、alone という単語は all one から出来たそうだ。

現実の英語の勉強で、a と an について注意すべきことは、次のような例だ。

a uniform, a university, a useful suggestion
(an uniform, an university, an useful suggestion ではない)
an hour, an honest man (a hour, a honest man ではない)

日本語と対応しない英単語の代表 any

英語の全ての単語の意味用法が日本語の意味用法とぴったり重なっていれば、英語を学ぶこと、教えることは、非常に簡単になるだろう。同じ印欧語族の仲間である英語、フランス語、ドイツ語などは、文法や語彙がかなり重なっているので、お互いの言語を学ぶことは、日本人が英語、ドイツ語、フランス語を学ぶよりはるかに容易なはずだ。

しかし、前にも書いたように、「英語を使うときは、日本語ではなく、英語で考えなさい。」と教えるのは間違っている。英語をきちんとした日本語に直し、また、日本語をきちんとした英語に直す訓練が英語の勉強である。英語を正しい方法で勉強すれば、日本語の能力も向上するはずだ。だから、英語のどの単語、どのような語法が日本語と対応しにくいかをいつも意識する必要がある。

その代表として、any が挙げられるだろう。例えば、

There is a book. There are two books. There are some pens. は教えやすいが、

There are not any pens. There is not any pen.

は教えにくい。any は、英語を習い始めて初めに出てくる難しい単語である。何故かという、any によく一致する日本語がないからだ。よく使われる any と any の複合語をざっと調べると、次のようなものがある。これを承知しておくといよい。

1 . any とその複合語、関連語

any

形容詞。疑問文で、countable noun に付けて、「いくつかの」と訳す。

Do you have any coins?

形容詞。否定文で、countable noun に付けて、「一つも...ない」と訳す。

I don't have any coins.

代名詞。疑問文で、「何か」と訳す。

Did you see any? (テレビを見て、「何か見えた?」)

形容詞。肯定文で、「どんな...も」と訳す。

The view from the mountains was more beautiful than any work of art.

anything

代名詞。疑問文で「何か」と訳す。

Do you play anything? 何か楽器を演奏できるか。

代名詞。否定文で「何も・どれも」と訳す。

I do not know anything about him. 彼のことは何も知らない。

代名詞。肯定文で「何でも・どれでも」と訳す。

I will do anything I can do to help. あなたを助けるためなら何でもします。

anyone

代名詞。疑問文で「誰か・誰でも」と訳す。

Does anyone have any questions? 誰か質問がありますか。

代名詞。否定文で、「誰も・どの人も」と訳す。

I did not meet anyone. 私は誰にも会わなかった。

代名詞。肯定文で「誰でも」と訳す。

Anyone can do it. そんなことは誰でも出来るよ。

if 節で、否定・肯定にかかわらず。「誰でも・誰か...ても」と訳す。

If someone comes to see me, tell him that I am out.

もし誰か会いに来て、留守だといいなさい

よく使われる any の複合語について、こういう風に実例に即して、徹底的にまとめておく必要がある。以下、単語だけを挙げておく。

anybody anyplace anywhere anytime anyway

日本語では「これ・それ・あれ・どれ」などを代名詞として一まとめにし、「近称・中称・遠称・不定称」などと説明するが、英語では it は人称代名詞、this や that は指示代名詞である。「人称代名詞」という言葉は誤解しやすい。「人を指すのが人称代名詞」という訳ではない。私自身、中学一年の時、this that はすぐ理解したが、その複数形 these those には違和感を感じた。「あれらは」とか、「あれらの本は」などとは、日本語では普通言わないからである。そして、その後に出てきた there are ... という言い方を、these are, those are と混同し、ちょっと躓いた。英語の代名詞を日本語の代名詞に対応させて、「this は『これ』、that は『あれ』、it は『それ』、which は『どれ』と説明するのは間違っているということは、今の私は知っているが、中学一年の時、日本語に対応させて理解していた記憶がある。

Is this your hat?

No, it is not my hat.

のやりとりで、日本語なら、「これはあなたの帽子ですか」に対して、「いいえ、これは私の帽子ではありません」と言ってもよいのに、何故、

No, this is not my hat.

と言わないのか。this, that, these, those などの指示代名詞は新しく話題に出た未知のもの、人称代名詞は既知のものを指す。これはあまり知られていない。

4 . 代名形容詞

余談だが、any などの不定代名詞や this, that などの指示代名詞は形容詞としても使われ、「代名形容詞」という概念でくくられる。これらは、日本語とうまく対応しないことが多く、訳が難しいだけでなく、語意の把握が難しい単語が多い。英語を精密に訳すとき、特に注意を要する語群である。

one, some, any, other, another, each, every, both, all ... 不定代名詞・不定形容詞

this, that, such, same ... 指示代名詞・指示形容詞

例文は省略するが、文法の本によって確認して欲しい。

5 . 接続詞は文と文を接続するものなので、二つの文を明示して教える。

than の教え方

I need love more than you.

という文を、「私はあなたより愛を必要としている」と誤解の余地のある訳をする生徒が多い。than は接続詞であり、接続詞というものは文と文を接続するという基本的な品詞論が分かっていないからだろう。こういう時、

I need love more than you need love.

と説明すると非常に明解になる。接続詞の後には文があるはずだが、省略されていて、文のように見えないことが多い。you は、ここでは主語。主格か、目的格かは文脈で判断する。

I need love more than money.

だったら、money は目的語。詳しく言えば、

I need love more than I need money. となる。

Mt. Fuji is higher than any other mountain in Japan.

のような文も、理屈から言うと、

Mt. Fuji is higher than any other mountain in Japan is high.

が本来の形である。英文法の本で調べると、

She can speak English better than I. は、

She can speak English better than I can speak English. の省略。

She can speak English better than Japanese. は、

She can speak English better than she can speak Japanese. の省略。

She can speak English better than me. は、

文法的には than I なのだが、口語なので me になった。than がもし前置詞ならその後の語は目的格だが、than は接続詞なので、その後には文が来るのが正しい。

二つの文を結ぶのが接続詞であるという定義にこだわると、

Is your new baby a boy or a girl?

というような文も、理屈としては、

Is your new baby a boy, or is your new baby a girl?

であることが分かる。

Either ... or ~ と Neither ... nor ~ をどう教えるか。

このように、接続詞も省略を補うという「メタ文法」で教えることが出来る。接続詞の中で一番説明の難しいのは、Neither ... nor ~ だろう。もちろん、nor が接続詞で Neither は副詞。これは順序を追って教える必要がある。

まず、either について調べる。

He isn't coming either. 彼もまた来ない。

これは否定文の中で用いられ、「もまた (...ない)」と訳している。

Either he or she is wrong.

は肯定文の中で、or の二者択一の意味を強めるため、副詞の either が文頭に置かれていると理解し、主語 he の動詞 is wrong を補って、

Either he or she is wrong. = Either he is wrong, or she is wrong.
どちらかだ！彼 が 悪い、そうでなければ彼女 が 悪い。

or は常識どおりなので、次に nor について考えておこう。

He is not old, nor am I.

nor は語源的には not または no と or が結合したものだだろうが、教えるときは、not too であると教える方が教えやすい。そこで、上の文の nor を not too に、また、I の補語 old を補って、

He is not old, nor am I. = He is not old, I am not old too.

今度は Neither について。neither はその語形から見て、not + either または no + either なのは明らかだから、

I don't smoke, (and) neither do I drink. = I don't smoke, (and) I don't drink either.
私はタバコを吸わない、そして 酒 もま
た 飲まない

以上の「単語変換規則」を使って、Neither ... nor ~ を説明できないだろうか。

Neither he nor she is wrong.

neither を not と either に、nor を not と too に変換して、he の動詞 is wrong を補う。

Neither he nor she is wrong. = Not Either he is wrong and she is not wrong.

初めの Not は neither の not、後の not は nor の not である。ここで語順を整えて、

Either he is not wrong and she is not wrong.

彼は悪くない、そして彼女

もまた

悪くない。

私は、こう説明しろと言っているわけではなく、この説明が一番よいと言っているわけでもない。私が言いたいことは、教師が考えた独創的な、というか、独自の説明は、通り一遍の教科書的説明より、生徒に強い印象を与え、意外に強い説得力を持つことである。もちろん、その時の生徒との「相性」もあるだろう。しかし、教師は、今までに存在したどんな説明よりもとうまい説明だと自分が信じられるような発明をする努力をし続けなくてはならない、ということである。

第八章 英語特有の表現、語法

1. 誤訳しやすい英単語は、確かにある。

life は確かに誤訳しやすい単語だ。生活。人生。生命。他にも誤解しやすい単語はある。『同盟のホームページ』から引用しよう。

This is one small step for (a) man, a giant leap for mankind.

一人の男にとっては小さな一歩だが、人類にとっては巨大な飛躍だ。

もちろん、1969年7月20日、アポロ十一号が月面に着陸した時、アームストロング船長が言った言葉です。同時通訳者の西山千氏が、man を「人類」と誤訳したエピソードが、とても面白いですね。不定冠詞の a が聞き取りにくかったとか、いろいろ言われていますが、私は詳しくは分かりません。私も高校時代、ドイツ語の予習をしていて、man という単語で始まる文を、「一人の男が、...」と訳そうとしたが、二時間考えても意味が分からず、翌日の授業で、先生が、「人間というものは、...」と訳すのを聞いて、ものすごく悔やしかった思い出があります。

他にもあるだろう。

one, that, like, art, people, world, class, ... 英語を教えながら気がいたらメモしておく、財産になるかも。これは冗談ではなく、生徒はどういう点が間違いやすいか、また、どう間違いやすいかというデータを沢山蓄積している教師ほど、教育に必要な知識という財産を沢山持っていると言える。また、いつかはそれが本になって、金になることもある。

2. 代名詞の複合

Tom and Jiro を一語の代名詞で置き換えよ。

「まず、日本語で考え、答を出して英語に置き換える」という風に、基本戦略 (strategy) を立てることが大切だ。

トムと次郎 彼ら they

you and Jiro も同じ方法で答えが出せる。

あなたと次郎 あなたたち you

you and I も同じ。

あなたと私 私たち（「あなたたち」とは言わない） we

日本語と同じ原理で言い換えられるものは、まず日本語で答を出させ、それを英語に直させればよい。こういうものは、生徒が考えている間は、待つ価値がある。

しかし、日本語と原理が違うものがある。

Mary and Kate マリーとケイト 彼女たち ?

he and she 彼と彼女 ?

私とあなた I and you とは言わない we または you and I

こういうものは、生徒が考えていても、待つだけ時間が無駄になる。たぶん、いくら考えても分からないからだ。

すぐ助け舟を出して、「三人称複数は、男女の区別なく they だね」「日本語では、私とあなたと言うが、英語では、あなたと私というんだね」などと説明する。

生徒が考えているとき、どういう場合には待ち、どういう場合には待たないか、常に的確に判断しないと、時間の無駄になる。

3 . 比較級

The higher we go up, the colder it becomes.

何故、比較級なのに the が付くのか。また、名詞ではなく形容詞に the が付くのか。この the はどういう意味を表すのか。辞書によると、この the は定冠詞ではなく副詞で、初めの the は関係副詞で by how much, 後の the は指示副詞で by so much という意味だそうです。書き直すと次のようになる。

The higher we go up, the colder it becomes.
By how much higher we go up, by so much colder it becomes.
どれくらい より高く上るかに
よって それ
だけ より寒く なる。

みたいなことらしい。私も高校時代、この the は冠詞ではなく副詞で、「それだけ」という意味だと習ったが、何となくしか分からなかった。今でもピンと来ない。

「冠詞なら『その』だが、副詞だから『そのくらい』と訳すのだ」と教えるのが分かりやすいだろう。

The higher we go up , the colder it becomes.
そのくらい より高く 上ると、 そのくらい より寒く なる。

4 . 仮定法過去

大雑把に結論から言うと、英文法の「仮定法」は日本語の古典文法の「反実仮想」にあたり、英文法の「条件」は、だいたい日本語の口語文法の「仮定」に当たる。また、日本語の口語文法の「仮定」は、英語の「仮定」を表すこともある。以下、詳しく説明する。

英語の仮定法は、英語としても難しいが、日本語訳も難しい。そもそも、日本語訳が難しいということは、その意味をぴったり表す日本語がないわけで、だから、いろいろ説明を加えないと明快にならないのだ。「過去完了・過去完了進行形」なども、そういう面がある。「その時点までは、ずっとそうしていたのだ」などと付け加えないと不安になる。仮定法の話に戻って、

If it were fine today, I would go fishing.

「もし今日が良い天気だったら、釣りに行けたのになあ。」だけでは不安で、「実際は天気が悪いから、釣りに行けない。」を付け加える。

「もし若ければ、フットボールをするのですが。」では、ちょっと不安。「もし若かったなら、フットボールをしたのになあ」なら、まあまあ。やはり、「もう若くないからフットボールは出来ない」を付け加えた方が安心。

日本語の文語文法では「未然形+ば」は仮定条件を表し、「已然形+ば」が確定条件を表した。しかし、仮定条件も、「明日、雨降らば、野に行かむ。」などのように、英語なら「条件」として表現する内容で、英文法の仮定法とは違う。英文法の仮定法に近い表現としては、古文に「~ましかば、...まし」という反実仮想の構文があった。

世の中に絶えて桜のなかりせば 春の心は のどけからまし
世の中にまったく桜というものがなかったならば、春の人々の心はのどかであったらうに、
実際は桜あるがために、人々は春をのどかに過ごすことができない。

If it were fine today, I would go fishing.
今日の
日和ののどけからましかば、 魚釣りにも行かましものを。

もし現代に「...ましかば、~まし」が残っていたなら、英語の仮定法は上のように明快に訳せただろうに...、実際は消滅してしまったので、明快に訳す言葉がなくなってしまった。しかも口語文法では、「仮定形+ば」が英文法の「仮定」も「条件」も表すようになり、境目が曖昧になってしまった。

「条件・条件節・条件文」(condition)と「仮定法」(the subjunctive mood)の違いという説明も、分かりにくい。日本語の文法では「仮定条件」という言葉があるくらいで、「仮定」と「条件」はどう違うかなど、何のことやら分からない。英文法の「仮定法」は「反実仮想法」と呼んだ方が正確かもしれない。

午前中に雨が止めば、予定通り出かけよう。(英文法では、「条件」)

午前中に雨が止めば、予定通り出かけたのに。(英文法では「仮定」)

もう一つ、「過去形を使っているが、過去のことを言っているのではない。」と説明した方がよい。仮定法過去完了など、欧米人も会話の中では正確には使っていないのだ、などという話も聞いたことがある。

日本語では、仮定法はそれほど難しくないが、ある種の助動詞など、よく考えないと解らない表現がある。

「子供にパンを食べさせられました」とか、

「料理教室で、肉を煮させられた。」とか。

第九章 一言多く教えるのが本当の教師である。

1. わざと誤訳を示して、間違いであることを教える。

関係代名詞のように、日本語にそれにあたる語がない場合、生徒が間違ったとき、それがなぜ間違いなのかを説明することは非常に難しい。こちらがいくら文法的な知識を持ち出して説明しても、文法というものは、文や文章の意味が分かって始めて理解できるものだからだ。一番の早道は、生徒が正しい言い方を覚えることだ。骨董屋が、骨董品の価値を見分ける修行をするのに、一番いい方法は、本物をたくさん見ることだと言う。しかしそれでも、生徒は、自分の答が間違いだということに関する何らかの説明を教師に求めている。教師は、変な日本語に訳して、だから間違いなのだと言うと、生徒は一応安心する。

Look at the girl which hair is long. 「あの少女をご覧、それが髪が長い。
which と hair と、二つ主語ができてしまう」

Look at the girl whose hair is long. 「あの少女をご覧、その髪が長い。
「あの髪が長い少女をご覧。」

2. 直訳を介在させてから意識する

Many people use computers. を踏まえて

More and more people use computers.

を訳させるとき、more and more は、それに初めて出会った生徒にとっては、案外難しい。いきなり「ますます多くの」ではなく、単語の直訳を介在させて、「もっと多く、もっと多くの人々 ますます多くの人々」と説明すると、more intelligible だろう。こういうことは他にも多くの場合に言えることで、get darker and darker (もっと暗く、もっと暗くなる)その他。熟語も、in spite of ... は「...の悪意の中で ...にも拘わらず」とか、沢山ある。fifteenth birthday も、「15回目の誕生日 満15才の

誕生日」一言多く言うだけで効果が違うということがある。

昔、英語の先生が、burst into tears を「涙の中に破裂する」だから「ワッと泣き出す」だと教えてくれたのは今でも覚えている。そういううまい教え方を工夫できるといい。

I can't help suspecting him. 彼を疑うことから自分を救い出すことが出来ない。

I was used to playing card in my youth. トランプ遊びに使い古された状態だった。

邪道になる場合もありそうだから注意。

The third man (映画の題名)

「三番目の男」、ウーン、バーのマダムの三番目のヒモになった男みたいで、キリッとしなない。「第三の男」の方が格調が高い。

3. 状況を肉付けして描写する

She looks as if she had seen a ghost.

「彼女は、まるで幽霊を見たように見える。」では生徒は分からないという顔をしていた。こういう時、生徒の顔つきを見るのは極めて大切だ。

「彼女はなぜか真っ青な顔で震えているんだよ。まるで、幽霊を見てきたように。本当に見たかどうかは知らないけれど」そう説明する必要がある。生徒の目の前に情景がありありと浮かぶように、教師が肉付けして教える姿勢が大切だ。

She wished she could have gone abroad.

ただ「彼女は、外国に行けたらよかったのと思っていた」と訳すだけでなく、「この話は5年前、彼女はその時30歳で、子育てで毎日忙しい。そこで、もっと若い頃、外国に行っておけばよかったのになあと思っていた。」などと、状況が具体的に分かるように肉付けして教えるとよい。

4. 易しい例文にいったん戻して教える

関係代名詞を教えるとき、文章や単語が難しいと、こちらが教えたいポイントに生徒が注意を集中できない。出来るだけ易しい例文を用意しておいて、生徒が分からないときはそこに戻ると良い。例えば、

I listened to them carefully, and I really enjoyed conversations we had. は

I listened to them carefully, and I really enjoyed conversations that we had.

の that の省略である。しかし、これは難しいので、

I will give you the cake I have. などを用意しておき、

I will give you the cake that I have. の省略であると教え、また、

I have a cake. と I will give you the cake. とを関係代名詞で結んだものと教える。

第十章 細かい注意点

1. 動詞と助動詞

You have made him a cake.

の have は現在完了を作る助動詞で、厳密に言うと動詞ではない。もちろん made は動詞。実際には助動詞という言葉を使わず、have made がこの文の動詞句であると教える先生が多い。

She is sleeping. This book was written by a famous writer.

などの be も助動詞だが、is sleeping, was written がこの文の動詞句であると教える先生が多い。

can, must, will, should など、動詞の原形を伴い、人称変化のないものだけを助動詞と呼ぶ、と言えると明快なのだが、そもいかず、

Does he study English? I do not study English. Don't cry so loud.

など、否定、疑問、否定命令を作る do も、人称変化があるのに、検定教科書で助動詞となっている。

だから、

Yes, I do. の do は動詞で、代動詞。

No, I do not. の do は助動詞。

という妙なこともある。

啓林館の『フォーカス 英語』には、「be, have が助動詞として用いられることがある。進行形・受動態に用いる be や、完了形に用いる have の場合である」(p74)と書いてある。となると、「助動詞の後の動詞は原形を使う」などという説明は不完全ということになる。どうも、これは英文法の学者の中でもいろいろ議論がありそうだ。深入りしないよう、注意しよう。

助動詞を二種類に分け、be, have, do を「第一助動詞」、それ以外を「第二助動詞」と定義する説もあるそうだ。その方が分かりやすいかもしれない。いずれにしても、教える側が問題の所在を認識していれば、生徒を無駄に迷わせないで済む。

2. 比較級・最上級の作り方

「比較級・最上級を作るとき、more, most を付けるか、単に語尾に er, est を付けるのか」に対する答えは、「短い場合は...、長い場合は～」でよいようだ。私は中学のとき、何音節以上は...とか教わったが、何音節なんて分からなかった。いろいろの単語に慣れて、この程度なら短いとか分か

るようになればよい。何音節と教えるなら、音節の定義を教えなければならない。

3 . 単語のスペル

small のスペルを教えるとき、all の前に sm を付ければよいとか、mall (遊歩道) という単語もあるとか、teach は tea に ch を付ければよいとか、each は teach から t を取ればよいとか、自分なりにまとめておくと、一つの武器になる。almost, already, always などは、意味を考えると、もとは all ~ の形だったが、l が一つ取れたのだろう。until, welcome, beautiful などもあるだろう。

4 . 辞書の使い方

私は英語を勉強し始めて以来、英和辞典の使い方を誰かに教わった記憶がない。文法事項の略記号や略単語、別の言い方の表示、動詞の活用が、例えば過去形と過去分詞形が同じとき、このように省略して記載するとか、こういう言い方があるが、この場合はその言い方はないとか、その他色々。辞書というものは、できるだけ多くの内容を詰め込むために、省略や記号をたくさん使うので、普通の『中辞典』は、むしろ非常に読みにくい。研究者の『大英和辞典』が使いやすく感じたのは、省略や記号が少なかったからかも知れない。昔の本の英和辞典には『凡例』というページがあって、そこに辞書の使い方が詳しく書いてあったが、きちんと読んだ記憶はない。ただ何となく、この書き方や記号はこういう意味だろうと思って使っていただけだ。今、電子辞書になって、マニュアル本の中を探したが、ない。電子辞書の中にも見つからない。学校の英語の先生は、たぶん辞書の読み方を詳しく知っているのだろうが、私が中学生・高校生だった頃、この1時間は辞書の引き方(というより、読み方)を勉強しましょうなどという授業はなかった。

結論。英語の教師である以上、辞書の使い方を理解し、生徒に教える必要がある。高校一年くらいで、教えると良いだろう。それは、先生自身にとっても大いに利益がある。それにしても、辞書によって、記号の使い方も違うのだろうか。

一つ思いついた辞書の読み方の会得法。例えば、活用の仕方をどう表記するかを知りたかったら、take-took-taken run-ran-run のような自分の知っている場合を引いてみて、それがどう表記されているかを見る。

5 . 英語の語順と日本語の語順

メアリーは会社の中で、他の誰よりも若い。

Mary is younger than any other character(s) in the company.

character は、私は単数と習ったが、複数でも通じるらしい。「他のどんな人よりも若い」「他のどんな人たちよりも若い」両方筋は通る。しかし、単数でなければいけないと書いてある参考書もある。

any other が覚えにくいのは、any が、日本語訳の「どんな」と意味が少ししか重ならないことと、英語の語順に訳すと、「他のどんな」ではなく、「どんな他の」であることによる。フランス人やドイツ人が英語を学びやすいのは、そういう語意、語順の困難が非常に少ないからだ。そういう場合、「どんな他の

人、日本語で言うと、他のどんな人」と言うとか、ともかく自分でいろいろ工夫することが大切だ。

5 助動詞とは何か、また、どのようにして生まれたのか。 - 「可能」を一例として

可能という表現は、どこから生まれたのか。英語の可能の助動詞 can は、古英語の cunnan (知る) という動詞から出来たという。現代のドイツ語でも können (知る・oにはウムラウトが付く) という動詞がある。その方法を知っているということが即ち可能であるというのが西欧人の発想なのだろう。

We can go to the moon. は、We know how to go to the moon. という意味らしい。

では、日本人は可能をどう表現するか。

歴史にしたがって説明すると、日本語で可能を表す語は、まず、古語の助動詞「る・らる」があった。これは、古文の教科書などでは「受身・自発・可能・尊敬の助動詞」などと教えているが、その語源は「生(あ)る」つまり「自然に生まれてくる」だったとされる。

君はとけて	も 寝	られ	給は ず。
源氏の君は落ち着いて	寝るという動作が	自然に生じ	なさら ない。
	寝	られ	なさら ない。
	寝ることが		お
		出来	になら ない。(可能)

源氏の君は、普段なら、寝床に入って二十も数えれば自然に寝てしまうのに、今日は、そうならない。つまり、自然にそうならないということは、不可能ということだろう。日本語では、自発+打消=不可能。そこで、「られず(不可能)」から「ず(打消)」を除いた「られ」は、可能ということになる。

已(や)むに	已ま		れ	ぬ	大和魂、
やめようとしても	やめる	という動作が自然に生じ	ない	大和魂(可能)	

ヤの音が頭韻を踏んでいる点が、修辞法としては面白いが、それはさて置き、已(や)めようと思えば已むと思っていたことが、そうならない。ということは、つまり不可能ということで、打消を伴う場合は可能を表すと考えられます。いつでも禁煙できと思っていたが、実際に実行してみたら、どうしても出来なかったなどの話と似ている。このように、日本語の可能表現は、自発から派生したと言われる。「る・らる」は、現代語でも「れる・られる」となって使われている。

「れる・られる」と並ぶもう一つの可能表現として、「出来る」があるが、これはどういう意味か。

この田からは、よい米が		出 来る。
	自然に出て来る。	

やはり、元の意味は、「人が無理に手を加えなくても、普通に耕していれば、自然に成長してくる」という意味で、自発に近いだろう。これが転じて、色々な意味の可能を表すようになったらしい。これは打消しを伴わない場合も使えるので、「れる・られる」より用途が広い。

このように日本人は、自然の営みに従って自然に従順に生きていけば望むことが可能になると考えたが、欧米人は自然を人間と対立するものと捉え、自然を変える知識を得ることを「可能」と考えたのかも知れない。

ついでに、中国語の「可能」についても調べてみた。

「可」は、漢和辞典によると、「口と、音を表す疋コウ（可は変化した形。力は変化した音。屈折する意）とで、屈折した挙句、よいと言って許す意を表す。」とある。

「能」は、簡単に言うと「熊」の本字だそうだ。熊は力があるから可能に繋がるのか、良く分からない。

「力がある」が「出来る」という意味につながる例は英語にもあり、may を辞書で引くと、「本来は『できる』の意であったが、can がこの意味を受け持つようになってもっぱら『許可』『可能性』の意を表すようになった。」（大修館・Genius 英和辞典）とある。may の過去形であり、また名詞形でもある might は「力」であり、その形容詞形 mighty は「力のある」である。

(2 0 0 9 / 0 4 / 0 3)

中学 英語 冠詞・限定詞

冠詞は a, an, the の三つがあり、その使い方について教科書、参考書に詳しく書かれているが、それにも拘らず、冠詞の使い方は、日本人にとっては昔も今も非常に難しい。冠詞の使い方は、それを付ける名詞の種類によっても変わる。名詞の種類とは、文法の本によれば、数えられる名詞（普通名詞・集合名詞）と、数えられない名詞（物質名詞・抽象名詞・固有名詞）というものである。文法書は、こういう名詞にはこの冠詞を付ける、付けないなどと文章で説明しているが、そこに名詞の「単数・複数」の区別が加わり、更にややこしくなる。そして、それらを全部見渡せる一覧表がない。一覧表がないということは、参考書を書いている人が、冠詞と名詞の使い方について、全体の構造を把握していないということである。

英語の参考書は五万とあるだろうが、試しに、『総合英語 Forest 5th edition』（桐原書店・石黒昭博監修）の p427 『第18章 名詞』、p449 『第19章 冠詞』などを読んでも、当然ながら、たいへん詳しく説明している。しかし、読者である私としては、その説明が明瞭で十分とは思えない。この参考書を読んだ英語の先生が、それを生徒に説明するときのことを考えると、生徒はますます分からなくなるのではないかと思われる。

その理由を詳しく述べるのはやめて、とにかく、冠詞と名詞の使い方について、よい一覧表を作ってみよう。そういう一種の実験をするだけでも、冠詞と名詞の理解には大いに役立つだろうと思うのだ。

数えられる名詞として book, 数えられない名詞として water を代表として使う。a/an は、名詞の発音の違いで使い分けただけだから、問題にしない。

こういう前提で考えると、冠詞と名詞の組み合わせで、実際に使われるものを全部挙げると、次のようになる。

book a book books the book the books water the water

次に、冠詞が付いている場合、付いていない場合（表では×で示す）、名詞の単数・複数の形が何を表すかをまとめて置く。

- . the ...付いていれば「特定の」を表し、付いていなければ「不特定の」を表す。
- . a/an ...付いていれば「単数の」を表し、名詞が単数形なのに付いていなければ「数えるものではない」を表す。

. 名詞の単数形の表記 (book, child, feet など)

...単数形に表記されていれば、その名詞の概念を表す。単数形というが、単数形が単数を表すわけではない。「原形」「概念形」などの名称にするべきである。

. 名詞の複数形の表記 (books, children, feet など)

...複数形に表記されていれば、名詞の概念を表すと共に「複数の」を表す。

表現手段	the の表記 the の不表記	a/an の表記 複数形の表記 単数形のみ表記	名詞の単数形
表す意味	特定の 不特定の	単数の 複数の 数えるものではない	名詞の概念
冠詞 + 名詞の表記	book		
定冠詞・不定冠詞の表記	x	x	book
意味	不特定の	数えるものではない	本
冠詞 + 名詞の表記	a book		
定冠詞・不定冠詞の表記	x	a	book
意味	不特定の	一冊の	本
冠詞 + 名詞の表記	books		
定冠詞・不定冠詞の表記	x	s	book
意味	不特定の	複数冊の	本
冠詞 + 名詞の表記	the book		
定冠詞・不定冠詞の表記	the	(a)	book
意味	特定の	一冊の	本
冠詞 + 名詞の表記	the books		
定冠詞・不定冠詞の表記	the	s	book
意味	特定の	複数冊の	本
冠詞 + 名詞の表記	water		
定冠詞・不定冠詞の表記	x	x	water
意味	不特定の	数えるものではない	水
冠詞 + 名詞の表記	the water		
定冠詞・不定冠詞の表記	the	x	water
意味	特定の	数えるものではない	水

この表は、名詞の前に定冠詞が付く場合、付かない場合、不定冠詞が付く場合、付かない場合、また、名詞が単数形の場合と複数形の場合の定冠詞、不定冠詞との組み合わせを、各単語の持つ深層の意味から捉え、表現と意味の組み合わせの全てを『構造主義的に』把握したものである。具体的には、名詞の前に

定冠詞の入るマスと不定冠詞の入るマスを別々に設定した点、また、複数を表す名詞の語尾を不定冠詞と同じ範疇の言語表現と捉えた点に特徴がある。出来上がったのを見ると簡単なようだが、色々な構造の表を作り、何度も失敗を繰り返して、やっと作ったものである。

表の説明

この表が意味しているものを一つ一つ説明しよう。

名詞に冠詞を付けない用法は、参考書などでは例外的な用法のように扱われているが、実際にはしばしば出現する、非常に大切で、しかも間違いやすい用法である。これは、定冠詞・不定冠詞が付く場合を考えた後で考えた方が分かりやすいので、後回しにする。

不定冠詞 a/an は、数えられる名詞に付き、名詞の数が単数であることを示す。a book に定冠詞 the が付いていないのは、これが不特定のものであることを表している。ここで注意すべきことは、一般に言われているように a が「不特定の単数の」を表しているのではなく、a は「単数の」を表し、the が付いていないことが「不特定の」を表しているということだ。

数えられる名詞の数が複数の時は、不定冠詞は付けず、名詞を複数形にする。つまり、名詞の複数形の語尾は、不定冠詞と同じく、「名詞の数」を表現している。だから上の表でも、不定冠詞の欄と同じ蘭に書かれている。 の場合と同じく、名詞が複数形であることが「不特定の複数の」を表しているのではなく、複数形の語尾は「複数の」を表し、the が付いていないことが「不特定の」を表しているのだ。

定冠詞 the は、数えられる名詞の単数形、複数形、数えられない名詞の単数形に付いて、「特定の」という意味を表す。この場合大切なことは、the が数えられる名詞の単数形に付くときは、それが単数であることを表すはずの a が表記されないということだ。単数であることは book が複数形でないことで分かるから、表記する必要がないのだろう。だから、生徒に教えるときは、「特定の本」ではなく、「特定の一冊の本」と教えなければならない。この場合は a が省略されているのだと教えるのも、一つの方が便利かもしれない。

これは表を見れば分かる通り、特に問題はない。

water は英文法では物質名詞に分類され、通常は、複数形がない。 で大切なことは、water を、ただ「水」と認識するのではなく、また、生徒にそう教えるのではなく、the が付いていないから「不特定の水」である、と認識することだ。 はもちろん、「特定の水」だが、教えるときは、「the が付いていない、不特定の水ではなく、the が付いているので、特定の水だ」と教えることが大切だろう。

最後に、名詞の単数形に the も a/an も付いていない場合だが、『Forest』には、次の用例が出ていて、解説がされている。それを引用しよう。

(2) We don't have to go to school on Sundays.

...学校を1つの建物として考えているのではなく、勉強などの行われる「場」としてとらえている。あるものの「働き」や「役割」「性質」に焦点を当てると無冠詞になる。その場合には、建物を数えるのではないので不定冠詞は使わない。a school は、1つの学校全体か、学校の建物を考えているときに使う。go to bed (寝る) という表現も、bed のもつ役割に焦点を当てている。(I went to bed late last night.)

(3) They came to the wedding by car.

...手段を表す by を使った場合は、具体的な1台の車をイメージすることはない。交通手段としての車についてばくぜんイメージするだけなので、無冠詞になる。

(引用終わり)

「無冠詞」は、「冠詞が付いていない」理由を説明するのではなく、「定冠詞が付いていない理由」と「不定冠詞が付いていない理由」の二つの理由を説明すると、非常に明快になる。

go to school, go to bed, by carなどは、特定の学校、ベッド、自動車であることを言いたい訳ではないから、定冠詞が付いていない。くどくなるかも知れないが、go to the school, go to the bed, by the carという言い方と比較して教える方法もある。また、物体として単数、複数を問題にするのではないから、不定冠詞も付いていない。これも、go to a school, go to a bed, by a carという表現と比較する方法もある。

引用した参考書の説明を私の言葉で言うと、「不特定で、数えるものではない、ただ school, bed, carなどの単語の概念だけを用いる用法なので、定冠詞も不定冠詞も付かず、単数形である」ということになる。

上の school, bed, carなどは数えられる名詞だが、waterのような数えるものではない名詞に冠詞が付いていない場合も同様であって、by water（水路で・海路で）などがその例である。「水を下さい」という時、Give me water. では概念的になり過ぎるので、普通は、some や a cup of などの量を表す言葉、つまり不定冠詞に相当する言葉を付けるのも、そういう理由からだろう。

英語を生徒に教えるときは、普通、名詞には countable と uncountable の区別があり、例えば book は countable、water は uncountable と教えるが、実はそれは便法に過ぎず、実際は、ほとんどの名詞は countable, uncountable の両方に使われる。例えば book も、辞書で調べると、「bring 人 to book for ... (...のかどで人を罰する)」という uncountable の例があり、water も「水域」という意味で使われるときは countable になる。「数えられる」「数えられない」というのは名詞の本質的な属性ではなく、どんな名詞も、「数えられる」ものとして捉えられる場合と「数えられない」ものと捉えられる場合があるということだろう。

上の表では、名詞の代表として普通名詞 book ・物質名詞 water を挙げたが、名詞の種類はおおよそ五種類あり、他に、固有名詞（数えられない名詞）、集合名詞（数えられる名詞）、抽象名詞（数えられない名詞）があり、それらに付ける場合の冠詞も考える必要があるが、基本としては上の表が考える手がかりになるだろう。

固有名詞には、原則として定冠詞・不定冠詞が付かない。理由は、個人の名前などは初めから限定されたものを表しているので、わざわざ定冠詞を付ける必要がない。また、初めから一人と分かっている個人の名前などに不定冠詞を付ける必要がないからである。

集合名詞については、上の表の book に関する説明とほぼ同じ論理で説明できる。

抽象名詞は普通は単数形で無冠詞で使われるが、それは上に書いた普通名詞の単数形の無冠詞の説明、「不特定で、数えるものではない、ただ school, bed, car などの単語の概念だけを用いる用法なので、定冠詞も不定冠詞も付かず、単数形である」がそのまま当てはまる。普通名詞も、このように使われる時は抽象名詞として使われる。そう考えると、普通名詞と抽象名詞を分ける必要もないとも言える。抽象名詞に冠詞を付ける場合、複数で使う場合も、上の表の普通名詞の説明がそのまま当てはまる。

「限定詞 (determiner) という考え方

『Forest』は、名詞の前に置かれる語を『限定詞』としてまとめて理解する考えがあることを紹介している (p447)。その記事を要約して引用すると、限定詞は次のようなものである。

不定か特定かを表す（これらの限定詞を2つ続けて用いることはできない）

. a / an / the / this / that / these / those / my / your / his / her / its / our / their

My camera is on the table.

数や量を表す

. all / some / any / no / every / both / each / many / much など

Some students come to school by bus.

There is no water in the bottle. (p447~448) 【引用終わり】

これらの語群についても、前と同じ表を用いて、その表現と意味を理解しておこう。

の語群は、冠詞・指示代名詞・人称代名詞の所有格である。冠詞は既に表にしたから、指示代名詞の代表として、this と these、人称代名詞所有格の代表として my を選ぶ。

表現手段	限定詞	単数形・複数形の表記	名詞の単数形
表す意味	特定・不特定	単数の・複数の・数えるものではない	名詞の概念
限定詞 + 名詞の表記			
this book			
それぞれの表記	this	this (a)	book
意味	この	一冊の	本
限定詞 + 名詞の表記			
these books			
それぞれの表記	these	these, s	book
意味	これらの	複数冊の	本
限定詞 + 名詞の表記			
these twelve books			
それぞれの表記	These	these, twelve, s	book
意味	これらの	1 2 冊の	本
限定詞 + 名詞の表記			
my book			
それぞれの表記	my	(a)	book
意味	私の	一冊の	本
限定詞 + 名詞の表記			
my books			
それぞれの表記	my	s	book
意味	私の	複数冊の	本
限定詞 + 名詞の表記			
my twelve books			
それぞれの表記	my	twelve, s	book
意味	私の	1 2 冊の	本
限定詞 + 名詞の表記			
this water			
それぞれの表記	this	x	water
意味	この	数えるものではない	水
限定詞 + 名詞の表記			
my water			
それぞれの表記	my	x	water
意味	私の	数えるものではない	水

指示代名詞と人称代名詞所有格は、定冠詞と同じように特定のものを表しているの、原則的には、定冠詞と共に使われることはない。また、不定冠詞と共に使われることもない。その理由は や

を見ると分かるように、a を付けなくても分かるからである。また、this, these と that, those は特定のものを表す働きだけでなく、単数・複数を特定する機能も併せ持っている。

の語群は英文法では「不定数量形容詞」と「不定指示形容詞」と呼ばれるが、いくつかの単語について考えてみる。

表現手段	限定詞	単数形・複数形の表記	名詞の単数形
表す意味	特定・不特定	名詞の数	名詞の概念
限定詞 + 名詞の表記			
some book			
それぞれの表記	some	(a)	book
意味	何らかの	一冊の	本
限定詞 + 名詞の表記			
some books			
それぞれの表記	×	some, s	book
意味	不特定の	複数冊の	本
限定詞 + 名詞の表記			
some water			
それぞれの表記	×	some	water
意味	不特定の	ある量の	水
限定詞 + 名詞の表記			
many books			
それぞれの表記	×	many, s	book
意味	不特定の	沢山の	本
限定詞 + 名詞の表記			
much water			
それぞれの表記	×	much	water
意味	不特定の	多量の	水
限定詞 + 名詞の表記			
every book			
それぞれの表記	×	every	book
意味	不特定の	一つ一つの	本

の some は「不定指示形容詞」と呼ばれ、「特定の (the を付ける) 」と「不特定の (the を付けない) 」の中間のような意味を表しているので、定冠詞と共に使われることはない。また、不定冠詞は付けなくても分かるので付けない。それ以外の ~ の用例は「不定数量形容詞」と呼ばれる。不定数量形容詞は、その名の通り、「特定の」ものを表すことはないの、定冠詞と共に使われることはない。また、数と量について、単数・複数の区別とは違う意味を表しているの、不定冠詞と共に使われることもない。

all, both などの、変わった言い方がある数量形容詞については、

限定詞 + 名詞の表記			
all books			
それぞれの表記	×	all, s	book
日本語	不特定の	すべての	本
限定詞 + 名詞の表記			
21 all the books			
それぞれの表記	the	all, s	book
意味	特定の	すべての	本

限定詞 + 名詞の表記	22 all my books		
それぞれの表記	my	all, s	book
意味	私の	すべての	本
限定詞 + 名詞の表記	23 all water		
それぞれの表記	x	all	water
意味	不特定の	すべての	水
限定詞 + 名詞の表記	24 all the water		
それぞれの表記	the	all	water
意味	特定の	すべての	水
限定詞 + 名詞の表記	25 all my water		
それぞれの表記	my	all	water
意味	私の	すべての	水

などと、表にしてみると、all や both などの単語が不定数量形容詞の名が示すように「不定の数や量」を表すだけのものなのか、疑問を感じる。これらの単語が、「特定の数や量」を表す場合もあると思われるのだ。

カタカナとスペルの対応が難しい英単語

ア

アンビバレント ambivalent
アイ eye **これが一番不思議だ**

カ

カオス（混沌） chaos

ガ なし

キ

キニーネ（薬） quinine
キプロス Cyprus
キリスト Christ
キルト・キルティング quilt
キャラクター character

ギ

ギニア Guinea
ギネスブック Guinness book

ク

スクール school

コ

コーラス chorus
エコー echo

フィ	
フィロソフィー	philosophy
フィジカル	physical
フィジックス (物理学)	physics

サ	
サイエンス	science
サーカス	circus
サーキット	circuit
サークル	circle
サーチライト	searchlight
サード	third
サーフィン	surfing
サーモスタット	thermostat
サイクル・サイクリング	cycle, cycling
サイクロン	cyclone
サイケデリックな (幻覚的な)	psychedelic
サイコロジー (心理学)	psychology
サイボーグ (改造生物)	cyborg
サイホン (吸い上げ管)	siphon
サイレン	siren
サッカー	soccer

シ	
シニック (冷笑的な)	cynic / cynicism / cynical
シーザー (人名)	Caesar
シーン	scene
シェフ (コック長)	chef (仏語)
シオニズム	Zionism
シクラメン	cyclamen
シック (粋な)	chic (仏語)
シナリオ	scenario (伊語)
シネマ	cinema
シュノーケル	snorkel
シロホン (木琴)	xylophone
シンナー	thinner

ジ	
ジプシー	Gypsy
ジープ	jeep

ス	
エスニック	ethnic

ト	
エトス	ethos
ベートーベン	Beethoven

ラ (l, r, wr)	
ラップ (包む)	wrap
ライター (作家)	writer

レスラー wrestler

バ

バイシクル bicycle

バイク bike

フ

ラフ（粗い） rough

ホ

ゴッホ（人名） van Gogh

中学 英語 疑問文の間接話法・直接疑問文・管節疑問文・疑問文と質問文

直接疑問文では What is that? なのに、間接疑問文では、

Do you know what that is? で、what is that? とは言わない。

ただ教えるだけでなく、何か理由付けが出来ないだろうか。その理由付けが学問的に正しくなくても、

「『これでは、あなたは知っていますか、あれは何ですか』になってしまうじゃないか。」

のように言うと、生徒に印象付ける効果があるかもしれない。

しかし、間接疑問の主語が疑問詞のときは、間接疑問の順序は変わらないのは何故だろう。

I know who came here.

Who came here? のような文は、もともと「主語 - 動詞」という肯定文の形をしているから、そのままでもよいのだ、と言えばよいのだろう。

間接疑問と呼んでいるが、その内容は、質問ではない。最近、疑問文と言う名前は適切ではないので、質問文にしようという説があるというのを聞いたことがある。

間接疑問の内容は、相手に対する質問ではなく、自分の心の中で分からないという「疑問」である。

I don't know what that is.

I wonder what he thinks of.

などを見るとそれが分かる。では、

Do you know what that is? はどうだろう。やはり、

what that is は疑問で、

Do you know は質問なのだろう。

実は私もまだよく知らないのだが、What is that? は疑問文なのだろうか、質問文なのだろうか。そのうち調べてみよう。

とにかく、日本の古典文法などでも、「疑問」と「質問」を明確に区別しようという動きがあるので、参考まで。

英語 熟語はいかに理解し、整理し、教えるか。

私は、英語は昔勉強しただけなので、

as soon as と as possible の絡みを見せられて、記憶が混乱したので調べてみた。

as soon as という熟語の説明

As soon as you arrive at Kobe, please let me know. 神戸に着いたら「すぐ」知らせてくれ。

She didn't come as soon as she had promised.

彼女は約束した「ように早く」は来なかった。
つまり、遅れてきた。

「彼女は約束しておいたら『すぐ』来なかった」ではない。

Please get this work done as soon as possible.

「出来るだけ早く」この仕事を仕上げてください。
「可能ならすぐ」ではない。

Please get this work done as soon as you can.

「出来るだけ早く」この仕事を仕上げてください。
「あなたが出来たらすぐ」ではない。

possible を使う熟語の説明

as ~ as possible (~ は副詞、形容詞、または形容詞を伴う名詞) 出来るだけ~の(に)

Get up as early as possible. 出来るだけ朝早く起きろ。

Get up as early as you can. 出来るだけ朝早く起きろ。

I need as much money as possible to the plan.

その計画には出来るだけ多くの金が必要だ。

何が言いたいのか。 と は possible の熟語として教えたほうが、生徒は混乱しないのだろう。

また、 と は同じ as soon as でも意味が違う。どうもこれらの熟語は as の文法的意味用法を完全に理解しないと、ただ何となく暗記するということになってしまうのではないのか。as soon as ... は、「...するとすぐ」と覚えているが、なぜそういう意味になるのかまで理解して、初めて本当に理解することになるのではないのか。as を使った熟語は、他にも as far as とか as long as とか、色々ある。

辞書を引くと、as は接続詞・副詞・関係代名詞・前置詞などの用法がある。上の熟語に使われている全ての as を完全に説明できる先生は少ないだろう。

こういう問題意識のもとに、辞書を頼りに「as ... as ~」について考えてみよう。

| 副詞 | | 接続詞 | 文 |

He has as much money as I do.

彼は | 持っている。 | 同じ位 | 沢山の金を | と | 私が持っているの |

He is not as old as he looks.

彼は | のではない | 同じ位 | 老けている | と | 彼がそう見えるの |

She isn't as energetic as she once was.
彼女は | ない | 同じ位 | 元気では | と | 彼女がかつてそうあったの |

確かに、副詞の as の後には形容詞や副詞があり、接続詞の as の後には文がある。

これと同じ訳し方で ~ も訳せるかどうか、やってみる。

As soon as you arrive Kobe,
| 同じ位 | すぐに | と | あなたが神戸に着いたの |

please let me know.
私に知らせてくれ。

She didn't come as soon as she had promised.
彼女は | 来なかった。 | 同じ位 | すぐには | と | 彼女が約束していたの |

Please get this work done
この仕事を仕上げてください。

as soon as (it is) possible.
| 同じ位 | すぐ | と | (それが) 可能であるの |

Please get this work done
この仕事を仕上げてください。

as soon as you can (get this work done).
| 同じ位 | すぐ | と | あなたが(この仕事を仕上げる事が)出来るの |

Get up as early as (it is) possible.
起きる | 同じ位 | 朝早く | と | (それが) 可能であるの |

Get up as early as you can (get up).
起きる | 同じ位 | 朝早く | と | あなたが(起きる事が)出来るの |

I need as much money as (it is) possible
私は | 必要とする。 | 同じ位 | 沢山の金を | と | (それが) 可能であるの |

to the plan.
そのプランを実現する為には。

以上の「as ... as ~」の基本的な意味を踏まえて、意識するとよいだろう。

I went as (so) far as Kyoto by train.
私に行った。 | 同じ位 | 遠くまで | と | 京都 |

これは「京都までは行った」そして、まだ先に行くことを含意する表現。Kyoto は文ではないらしいので、二番目の as が接続詞かどうか疑問。辞書には三語で「前置詞的な使い方」とある。

as far as we can judge, ...
| 同じ位 | 遠くまでの範囲では | と | 私たちが判断できるの |

これは far の項に熟語として出ている。これで、「私たちが判断できる限りでは」という意味になるのは分かりにくいですが、日本語の問題だろう。

I'll have more work to do,

私の仕事は増えるだろう、

as	long	as	he is here.
同じ位の	期間内は	と	彼がここにいるの

これは long の項に熟語として出ている。これで、「彼がここにいる限り」という意味になることはより分かりやすい。

中学 英語 learns とlearned

助動詞の do を文の中でどう使うかは、英語に慣れてしまった我々には易しいことでも、習い始めの生徒にとっては、案外難しい。また、一般動詞に三人称単数現在の s を付けるというのもやはり難しい。何度も繰り返し練習しなければならないが、その時、何か分かりやすく説明する工夫はないだろうか。ヒントがないかと思って、私が推奨する本、『英語の素朴な疑問に答える36章』（若林俊輔著・The Japan Times 発行）を読んでみた。若林さんは、非常に分かりにくく説明しているが、何となく分かったので、私なりに説明し直してみよう。

肯定文（現在）

You	(do)	learn	English.	You learn English.
あなたは			英語を	
		学ぶことを		
	する			。

He	(doe) s	learn	English.	He learns English.
彼は			英語を	
		学ぶことを		
	する			。

肯定文（過去）

You	(d) id	learn	English.	You learned English.
あなたは			英語を	
		学ぶことを		
	した			。

He	(d) id	learn	English.	He learned English.
彼は			英語を	
		学ぶことを		
	した			。

否定文（現在）

You	do	not	learn	English.
あなたは				英語を

| | 学ぶことを |
| し | ない 。

He | does | not | learn | English.
彼 は | | | | 英語を |
| | | 学ぶことを |
| し | ない 。

否定文（過去）

You | did | not | learn | English.
あなたは | | | | 英語を |
| | | 学ぶことを |
| し | なかつ |
| た 。

He | did | not | learn | English.
彼 は | | | | 英語を |
| | | 学ぶことを |
| し | なかつ |
| た 。

疑問文（現在）

Do | you | learn | English | ?
あなたは | | | | 英語を |
| | | 学ぶことを |
する | | | | か。

Does | he | learn | English | ?
彼 は | | | | 英語を |
| | | 学ぶことを |
する | | | | か。

疑問文（過去）

Did | you | learn | English | ?
あなたは | | | | 英語を |
| | | 学ぶことを |
した | | | | か。

Did | he | learn | English | ?
彼 は | | | | 英語を |
| | | 学ぶことを |
した | | | | か。

否定疑問文（現在）

Do		you		not		learn		English		?
		あなたは						英語を		
						学ぶことを				
し				ない						か。

Does		he		not		learn		English		?
		彼は						英語を		
						学ぶことを				
し				ない						か。

否定疑問文（過去）

Did		you		not		learn		English		?
		あなたは						英語を		
						学ぶことを				
し				なかつ						
た										か。

Did		he		not		learn		English		?
		彼は						英語を		
						学ぶことを				
し				なかつ						
た										か。

と の言い方、つまり、

You do learn English.

He does learn English.

You did learn English.

He did learn English.

の言い方は、現在でも動詞を強調するために更に do を付ける言い方として実際に使われます。

歴史的に言うと、 から は、二百年くらい前までは下の左側の言い方で、それが現在は右側の言い方になったらしいです。分かりやすくするために、 から の全てを対照表にして見ましょう。

You learn English.	同じ
He learns English.	同じ
You learned English.	同じ
He learned English.	同じ
You learn English not.	You do not learn English.
He learns English not.	He does not learn English.
You learned English not.	You did not learn English.
He learned English not.	He did not learn English.

Learn you English?	Do you learn English?
Learns he English?	Does he learn English?
Learned you English?	Did you learn English?
Learned he English?	Did he learn English?

活用語尾のスペルなどは少し違うが、分かりやすく単純化して説明すると、こういうことになります。シェークスピアの英語などを少し読むと、確かにそういう文を見つけことがあります。例えば、

I like him not. I loved you not. Saw you not his face? などです。また、ジョン・F・ケネディーの演説の中で、今なら don't ask ... という所を、格好を付けて ask not ... と昔風の言葉遣いをして格好を付けた部分などもあります。また、「忘れな草」は Forget me not と言いますが、これは勿論「私を忘れないで下さい」という文でもあります。

それが、動詞(この場合は learn) を名詞のように扱い、do という動詞を助動詞のように使って否定や疑問を表すようになった。動詞の原形というのは一種の名詞です。また、五十年くらい前までは、Have you ...? と言っていたが、最近では Do you have ...? が主流になっているのも、同じ現象です。

考えてみると、do は助動詞だと説明しているのに、can や will や shall などと違って人称変化があるのは、これが新しい助動詞だからでしょう。

の肯定文の三人称単数現在の s、 の肯定文の過去の ed は、その原理を示す記号のようなものだとことらしいです。

結論：生徒に教えるときに do を「する」と訳して、うまく全体の原理を統一的に説明するとよい。「この s は does の s、この ed は did の ed」と説明するのは、少し冒険かも。

英語 固有名詞と普通名詞

英語では、固有名詞は語頭は大文字、普通名詞は語頭も小文字。固有名詞と普通名詞はどう区別するのか。

英語で、April など、月の名前は固有名詞、winter など、季節の名前は一般名詞、その違いはどこにあるのかとっていた。しかし辞書を良く読むと、winter は [or Winter] と、ちゃんと書いてある。April は小文字で始めるスペルはないらしいが、とにかく固有名詞と一般名詞の区別は曖昧な点があるのだろう。disciple (弟子) という言葉を調べていたら、Disciple と書いてキリストの十二使徒を指すなどと書いてあった。また、Death というのは死神のことだそう。sun や moon はなぜ普通名詞なのか、中学か高校で説明された記憶があるが、内容は忘れた。日本語やドイツ語は、固有名詞と普通名詞の違いでスペルを変えることはないが、英語は面倒だろう。この単語は固有名詞か普通名詞かなどということは、学者が説を戦わせるのか、それとも、どこかで会議など開いて決めるのだろうか。

英語 一単語か二単語か

固有名詞かどうかという問題からの連想で、一単語か二単語かという問題も、非常に分かりにくい。問題を出そう。答はだいたい、GEIUS 英和辞典による。

ハイスクール	ハイウェイ	ハイロード (主要道路・幹線)	
ハイテク	ハイテクノロジー	ハイシーズン (最も利用客が多い時期)	
ハイソサエティー (上流社会)	ハイボール	ハイジャック	ハイグレード
ハイクラス (一流の・地位の高い)	ハイティーン		

答 high school highway highroad high-tech (形容詞) high tech (名詞)
high technology high season high society highball

他に、よく使われる言葉。

スポーツカー スポーツマン ボイフレンド スクールガール クラスメイト
エアポート 東南アジア エアプレーン 21 カレーライス 22 スペースシャトル
23 グッドモーニング 24 グッドバイ

答 sports car sportsman boy friend school girl classmate
airport Southeast Asia airplane 21 curry rice 22 space shuttle
23 good morning 24 good-bye (good-by)

こういうものも、どこの国の誰が、どういう基準で決めるのでしょうかねえ。固有名詞か普通名詞かわかりにくい単語も、列挙して問題にすると面白いだろう。

第十一章 理科 音の伝わる早さ

「音は、空気が移動して伝わる」は何故間違いか。「こう教えたではないか」ではなく、「すると、風が吹いてくると音がよく聞こえるとか、風のない日は音が聞こえにくいなどということがあるかなあ」「太陽の黒点が爆発するのは、ものすごい音がしているはずだが、なぜ地球では聞こえないのかなあ」などと言うとよい。生徒が、「太陽は非常に遠いから、音が聞こえないのではないですか」などと反論してきたら、「電波や光は真空の中でも伝わるので、電波望遠鏡や光学望遠鏡(普通の望遠鏡)というものはある。しかし、音は真空の中を伝わらないので、宇宙を調べる音波望遠鏡というものはない。ただし、地球上で使う音波望遠鏡はあります。たとえば、海の中から聞こえてくるエンジン音を聞き取って、隠れている潜水艦を探し出すソナーという機械など。魚群探知機などもソナーの一つです」などの話をすると、話が広がる。単に公式を教えるのではなく、具体例を挙げてさまざまな側面から教える工夫が大切だ。

1. レンズが作る像

物体を で表すのは私は嫌いだ。人の姿とか、木の形などの方がいいような気がする。その方が、本物っぽいと言うか、実感がわくのではないか。また、実像が出来る様子を、ただ矢印だけを書いて説明終わりにするのも嫌いだ。実際にレンズで像を作り、そこに薄紙やすりガラスを置いて実際に像を映し、確かに像が存在することを示し、その上で紙や磨りガラスを外し、「目には見えなくても、ここに像が存在するのだ」とまで言う必要がある。

虚像が出来る様子も、ただ点線で矢印と光線だけを書いて説明終わりも嫌いだ。「ここに物体があるのと同じような光が観察者の目に入ってくるから、そこに物体があると錯覚するのだ」とまで言ってほしい。また、物体の全部の部分から、どこからやってきた光が、あらゆる方向に乱反射しているのだということも言ってほしい。無数の光の中から、説明に必要な光だけを取り出して書いているのだ、ということも言って欲しい。

望遠鏡の説明をするときも、対物レンズがここにこういう像を作っているとういことを磨りガラスや薄紙のの上に実際に像を映らせて見せ、その像を、接眼レンズという虫眼鏡で拡大して見ているのだと説明して欲しい。また、実際に薄紙に映った像を、接眼レンズで見せてほしい。ついでに、接眼レンズで像を

見る距離と同じ距離の所に像ではなく本物の物体(鉛筆でも何でもよい)を置き、それを接眼レンズで見せて、接眼レンズの働きは単なる虫眼鏡の働きであると教えて欲しい。抽象ではなく具象で教えるべきだというのは、数学と同じだ。そういう実験が出来ない場合は、図を見せたとき、「ここに薄紙を置けば、カメラと同じで、像が写るはずだ」という必要がある。

第十二章 歴史

1. オリエントの統一と分裂

アッシリアは初めてオリエントを統一したが、厳しく統治したため、服属民族の反抗に会い、分裂
アケメネス朝ペルシャ ペルシャ戦争 マケドニアのアレクサンダー大王 分裂。

どこかの歴史に似ていないか。 秦帝国(厳しい支配・郡県制) 分裂(項羽と劉邦) 漢帝国(緩やかな支配・封建制)。

帝国と王国と共和国はどう違うかと質問したらどうか。ローマは始め共和国だったが、後に帝国になった。その違いは重要だ。また、帝国は皇帝がいて、王国は王様がいるというだけの違いではない。大日本帝国を作り、維持した人達は、『帝国』という言葉の歴史的意味をあまりはっきり意識していなかったに違いない。単に、天皇が治めているから帝国だと思っていた人もいたかもしれない。十九世紀・二十世紀の『帝国主義の時代』だけではなく、あらゆる時代に帝国は存在した。

この時代に、歴史上初めて帝国が生まれ、アメリカ帝国主義などという言葉が示すとおり、それは現代まで存在し続けている。帝国が生まれる理由は何か。なぜ人類は帝国を必要とするのか。通行の便・通商の自由・通貨の統一・度量衡の統一・広い範囲の支配。ローマ帝国、元、唐、トルコ、サラセン、非常に長く続き、長い間、広い範囲にわたって平和を維持した帝国もある。そういうことは、小国が分立している世界では実現しない。帝国主義は、世界を統一し、永遠の平和を実現する手段の一つなのかも知れない。その手段が正しいかどうかはまだ分からないし、人によって意見も違うが。反面、短所もあるのだろう。帝国の長所・短所。アメリカ帝国主義も、単なる悪口ととらえるのではなく、歴史上の帝国の一つとして考えることが大切だろう。古代史も、現代の問題と結びつけて考えることが大切だ。

個々の歴史的事実を教えるだけでなく、歴史の意味を教えたい。

2. ギリシャ世界

ギリシャを学ぶことの意味は、非常に大きいことを教えるべきだ。何で、ヨーロッパのほんの一部の、あんな小さい国のことを教えるために、教科書は大きなスペースを割いているのか。例えば、アメリカインディアンの歴史など学んでもたいした意義もない(アメリカインディアンには悪いが)が、ギリシャ文明は、現代世界にも生きている。西洋古代史は、結局、ギリシャ・ローマを学ぶのが目的なのではないか。仮にそれには異論があるにしても、教師は自分の歴史観を持つことが重要だ。

ペルシャ戦争でギリシャがもし負けていたら、その後の世界はどうなったか、などは面白い問題だ。歴史の勉強に「もしも」は必ずしも無意味ではなく、思考実験として意義がある。ヨーロッパ人中心の、現代のような科学文明と民主主義の世界ではなく、古代の王政が世界を支配するようなことになっていたか

もしれない。現に、イスラム世界など、そういう体制がまだ残っている。中国も、古代から連綿と続く中華帝国の体制と中華思想が残っている。ある年配の先生が私に、「日露戦争で日本があんなにすごい勝ち方をしていなかったら、その後の日本は少し違っていたかもしれない」と話したことがあったが、歴史に「もしも」を入れて考えることは、健全な常識を育てるよい方法だろう。

3 . 明治維新

日本史は、とにかくキーワードや名前を生徒に漢字を書かせることが大切。これは生徒にうるさく言った方がよい。また、時々生徒に書かせて、こちらが本気であることを生徒に知らせる必要がある。そのためにも教師が漢字を上手に、また間違いなく書くことが前提。

暗記事項を羅列的に質問し、答えさせるという単調な進行を避けたい。

明治維新で改革された諸制度の大部分が、現代日本の社会制度になっているということは、強調して教えるべきだ。江戸時代の社会制度は近代的ではなかったことに気付かせるためにも。また、この時代の改革が、近代西洋を見本にして行われたことも強調するべきだ。江戸時代の社会制度では、なぜいけなかったのか。

アヘン戦争が大きなヒントになる。アヘン戦争で清が負けたのを坂本竜馬や高杉晋作が知って、このままでは日本も中国と同じようになってしまう、西洋の文明を取り入れて近代化しなければ日本は滅びると考えたと説明すると、非常に説得力がある。

文明開化と富国強兵は、日本が列強の中で生き延びるために行われた。その上に立って、個々の改革の意味と必要性を教えるべきだ。例えば、郵便制度は、当時は、情報伝達の効率化ということだろうが、日本の富国強兵化のために、なぜ必要だったのか。これらの改革の成果は、結局、日清・日露戦争の勝利という結果になって現れるという歴史的事実の関連を教えることも大切だ。原因と結果、ある歴史的事象と別の歴史的事象の関連を論理的に説明すれば、歴史は暗記ものではなくなる。

太政官・民部省など、難しい言葉は適切に注釈を入れるべきだ。

こんな質問があったらどう答える？ : 欧米の列強は、日本が列強になろうとしたことに、何故気持ちよく(?)協力したのか。

4 . 歴史学習における年代の暗記

あくまでも参考だが、私の結論。世界史でも日本史でも、最も重要な事件の年代を20~30位暗記し、それ以外の事件は、その重要な事件との因果関係や前後関係でおよその年代を出せるようにするとよい。例えば、アヘン戦争、明治維新、西南戦争、日清戦争、日露戦争、第一次世界大戦、第二次世界大戦は時系列上に並んでいるが、ロシア革命はいつ頃か。第一次世界大戦の後だろう。ロシアは第一次世界大戦に参戦し、その重圧で革命が起きたのだから。

勉強の成果が出るまでの期間

受験勉強の仕方、計画の立て方などについて、独断を含んでいても、ある程度明快な見通しを生徒に示すと、生徒にとって、非常にプラスになる。そういうことを教えるのも、教師の大切な仕事だ。例えば、

この科目を克服しようとして、ある日、一生懸命勉強し始めたとき、どの位の期間があればその科目の成績が上がり始めるだろうか。

現代文 一年以上かかる。現代文の学力は、物心ついてから今までの生活体験と思考体験の総体なので、いろいろと体験し、本を読み、考えたことの全てが集まって実力となる。だから、そう簡単に成績を上げることは出来ないのだ。常日頃、本を読み、社会の物事について考えるくせを付けること。理屈っぽい人と議論するよう心がけるのも効果がある。

ただし、試験直前に過去問などをやって、入試問題に慣れるのは効果がある。これは、準備運動と同じ。準備運動をやっても、実力が上がるわけではない、だが、記録はよくなるでしょう、つまり、成績は上がるのだ。

英語 6ヶ月。英語というのは、文法事項にしても読解の技術にしても単語力にしても、相互に絡み合っていて、部分に分けて勉強することが出来ない。例えば、関係代名詞を一生懸命勉強して分かるようになって、関係代名詞だけの文章などないからだ。全ての事項について満遍なく実力を上げて、初めて、文章を読む力が上がり始める。

入試が近づいた時、あわてて英語の勉強をしても、間に合わない。

また、英語の実力は、実は、現代文の実力を必要とする。ネイティブでない限り、英文を読んでその意味を考えている時、実は、英語ではなく日本語で考えているのだ。日本語で深く考えることの出来ない人は、英語の日常会話は出来ても、教養のある外国人と、深みのある会話はできない。逆に、英文を訳すとき、ただ自分で意味を理解するだけでなく、正確で美しい日本語に「仕上げる」訓練を、たまにでもいいからやるように心がけると、国語が出来るようになる。そういう学習に役立つように、出来るだけ日本語の語彙を多くした英和辞典が本当は必要だが、今、そういう辞書は、ほとんどない。「岩波英和辞典」がそれに少し近い。

数学 1ヶ月。数学は勉強に時間のかかる教科だが、単元が分かれている。例えば、三角関数の勉強をすれば、三角関数は出来るようになる。微分の勉強をすれば、微分は出来るようになる。だから、英語より短い期間で、勉強の効果が現れるのだ。

入試が近づいたとき、数学の中で苦手な単元を勉強すると効果がある。

古文 2ヶ月。英語と同じことだが、覚えること、理解することが、英語ほど沢山ないから。

漢文 1ヶ月。ただし、古文をきちんと理解していればの話。古文が出来なければ、漢文は出来ない。なぜなら、昔の中国語を日本の古文に直し、それを読んで現代語に訳して理解するのが漢文の勉強だからだ。古文がきちんとできれば、反語・疑問・抑揚・再読文字その他、漢文の問題集の裏表紙などに出ている代表的な句法を覚えれば、何とかなる。また、古文の苦手な人は、漢文の勉強をしながら、古文の文法の復習をするという気持ちでやると、古文も出来るようになる。

理科 1ヶ月。数学と同じで単元が分かれているので、勉強しやすい。また、数学ほど難しくない。公式の当てはめ方を覚えれば何とかなるのでは。

社会 1ヶ月。高3の夏休みから社会科の勉強など始める必要はない。1ヶ月で勉強が終わり、あと5ヶ月のうちに、また忘れてしまう。もちろん、自分が好きなら話は別だが。社会は、覚えたことを忘れる可能性が高い。他教科では、そういうことはない。やはり社会は基本的に暗記科目だからだろう。社会科の

知識を、覚えやすく、また、忘れにくく勉強する方法がある。一言で言うと、原因と結果のつながりを理解しながら覚えることだ。